四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

幾何原本卷一之首

詳校官欽天監監正臣喜常

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣周琰

繪圖監生臣周履信

幾何原本　　天文算法類二算書之屬

提要

臣等謹案幾何原本六卷西洋歐几里得撰利瑪竇譯而徐光啓所筆受也歐几里得未詳何時人其原書十三卷五百餘題利瑪竇之師丁氏為之集解又續補二卷於後共為十五卷今止六卷者徐光啓自謂譯受是書

此其最要者也其書每卷有界說有公論有設題界說者先取所用名目解說之公論者舉其不可疑之理設題則據所欲言之理次第設之先其易者次其難者由淺而深由簡而繁推之至於無以復加而後已又每題有法有解有論有系法言題用解述題意論則發明其所以然之理系則又有旁通者焉卷一論三角形卷二論線卷三論圓卷四論圓

內外形卷五卷六俱論比例其餘三角方圓邊線面積體積比例變化相生之義無不曲折盡顯纖微畢露光啓序稱其窮方圓平直之情盡規矩準繩之用非虛語也且此為歐邏巴算學專書前作後述不絶於世至歐几里得而為是書蓋亦集諸家之成故自始至終毫無疵纇加以光啓反覆推闡其文句尤為明顯以是弁冕西術不為過矣乾隆四十

六年十二月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀

幾何原本序

唐虞之世自羲和治歷暨司空后稷工虞典樂五官者非度數不為功周官六藝數與居一焉而五藝者不以度數從事亦不得工也襄曠之於音般墨之於械豈有他謬巧哉精于用法爾已故嘗謂三代而上為此業者盛有元元本本師傳曹習之學而畢喪於祖龍之燄漢以來多任意揣摩如盲人射的虛發無效或依儗形似如持螢燭象得首尖尾至於今而此道盡廢有不得不

廢者矣幾何原本者度數之宗所以窮方圓平直之情盡規矩準繩之用也利先生從少年時論道之暇留意藝學且此業在彼中所謂師傳曹習者其師丁氏又絶代名家也以故極精其說而與不佞游久講談餘晷時時及之因請其象數諸書更以華文獨謂此書未譯則他書俱不可得論遂共翻其要約六卷既卒業而復之由顯入微從疑得信蓋不用爲用衆用所基真可謂萬象之形囿百家之學海雖實未竟然以當他書既可得

而論矣私心自謂不意古學廢絶二千年後頓獲補綴

唐虞三代之闕典遺義其裨益當世定復不小因偕二

三同志刻而傳之先生曰是書也以當百家之用度幾

有義和般墨其人乎猶其小者有大用于此將以習人

之靈才令細而確也余以為小用大用實在其人如鄧

林伐材棟梁榱桷恣所取之耳顧惟先生之學略有三

種大者修身事天小者格物窮理物理之一端别為象

數一一皆精實典要洞無可疑其分解擘析亦能使人

無疑而余乃亟傳其小者趨欲先其易信使人繹其文想見其意理而知先生之學可信不疑大槩如是則是書之為用更大矣他所説幾何諸家藉此為用略具其自敘中不備論吳淞徐光啟書

幾何原本卷一之首

西洋利瑪竇譯

界說三十六則

凡造論先當分别解說論中所用名目故曰界說

凡歴法地理樂律算章技藝工巧諸事有度有數者皆依賴十府中幾何府屬凡論幾何先從一點始自點引之為線線展為面面積為體是名三度

第一界

點者無分

無長短廣狹厚薄　如下圖　凡圖十干為識干盡用八十二支支盡用八卦八

音

甲

第二界

線有長無廣

試如一平面光照之有光無光之間不容一物是線

也真平真圓相遇其相遇處止有一點行則止有一線

甲——乙

線有直有曲

第三界

線之界是點凡線有界者兩界必是點

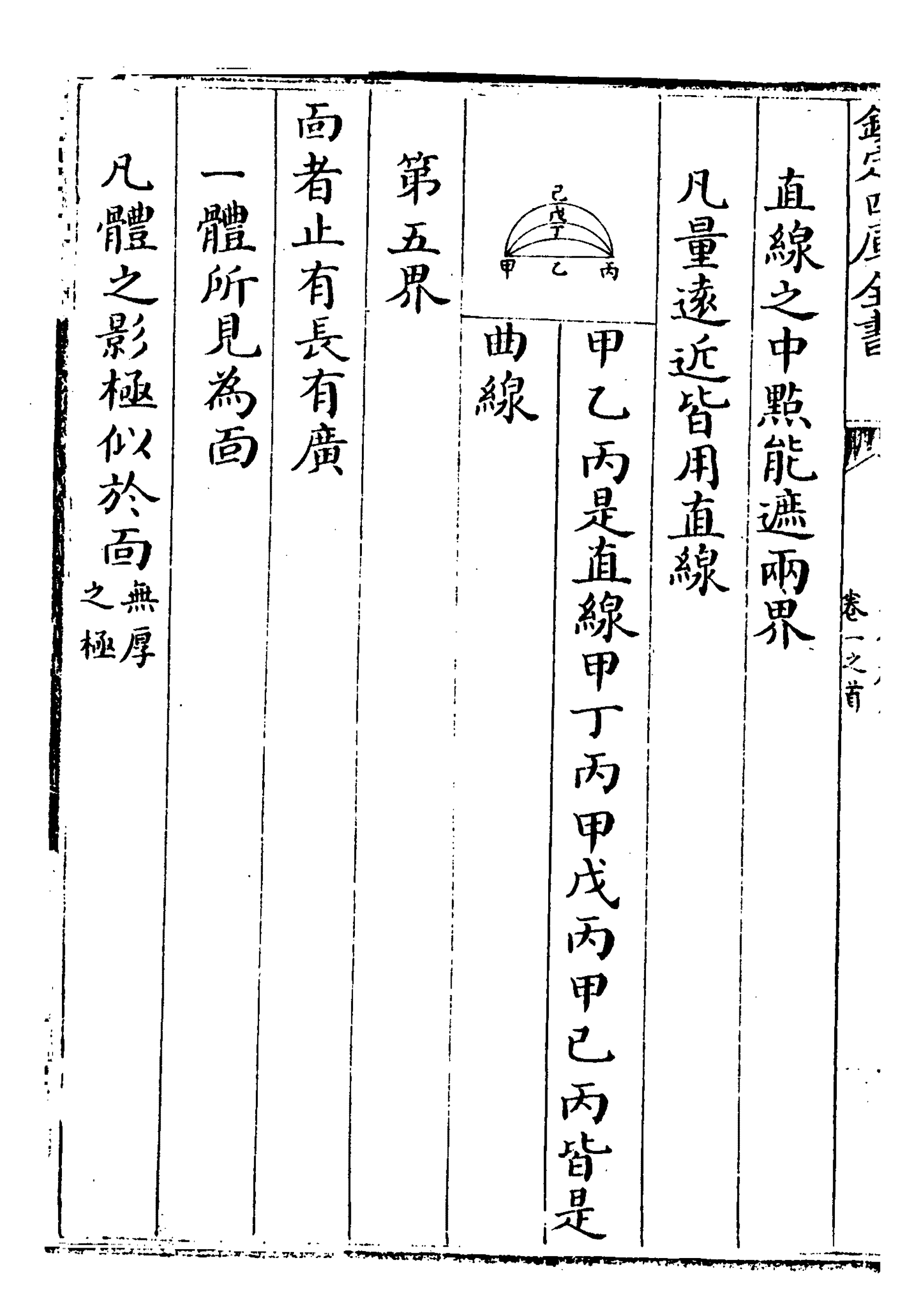
第四界

直線止有兩端兩端之間上下更無一點

兩點之間至徑者直線也稍曲則繞而長矣

直線之中點能遮兩界

凡量遠近皆用直線



甲乙丙是直線甲丁丙甲戊丙甲己丙皆是曲線

第五界

面者止有長有廣

一體所見為面

凡體之影極似於面無厚之極

想一線橫行所留之迹即成面也

甲 乙 丙 丁

第六界

面之界是線

第七界

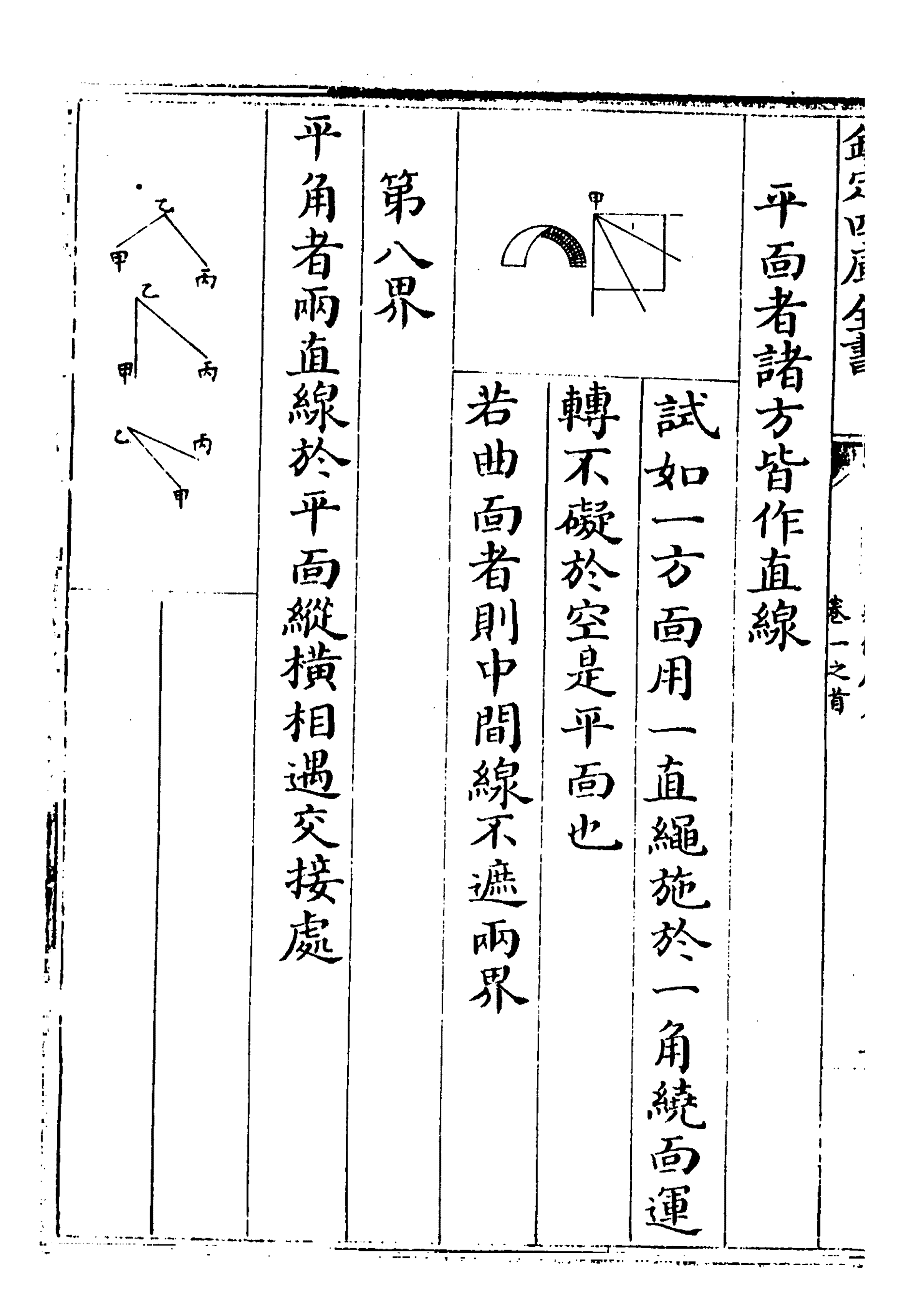
平面一面平在界之内

平面中間線能遮兩界

平面者諸方皆作直線

試如一方面用一直繩施於一角繞面運轉不礙於空是平面也

若曲面者則中間線不遮兩界



第八界

平角者兩直線於平面縱横相遇交接處

凡言甲乙丙角皆指平角

甲　乙　丙

如上甲乙乙丙二線平行相遇不能作角

乙

甲　丙

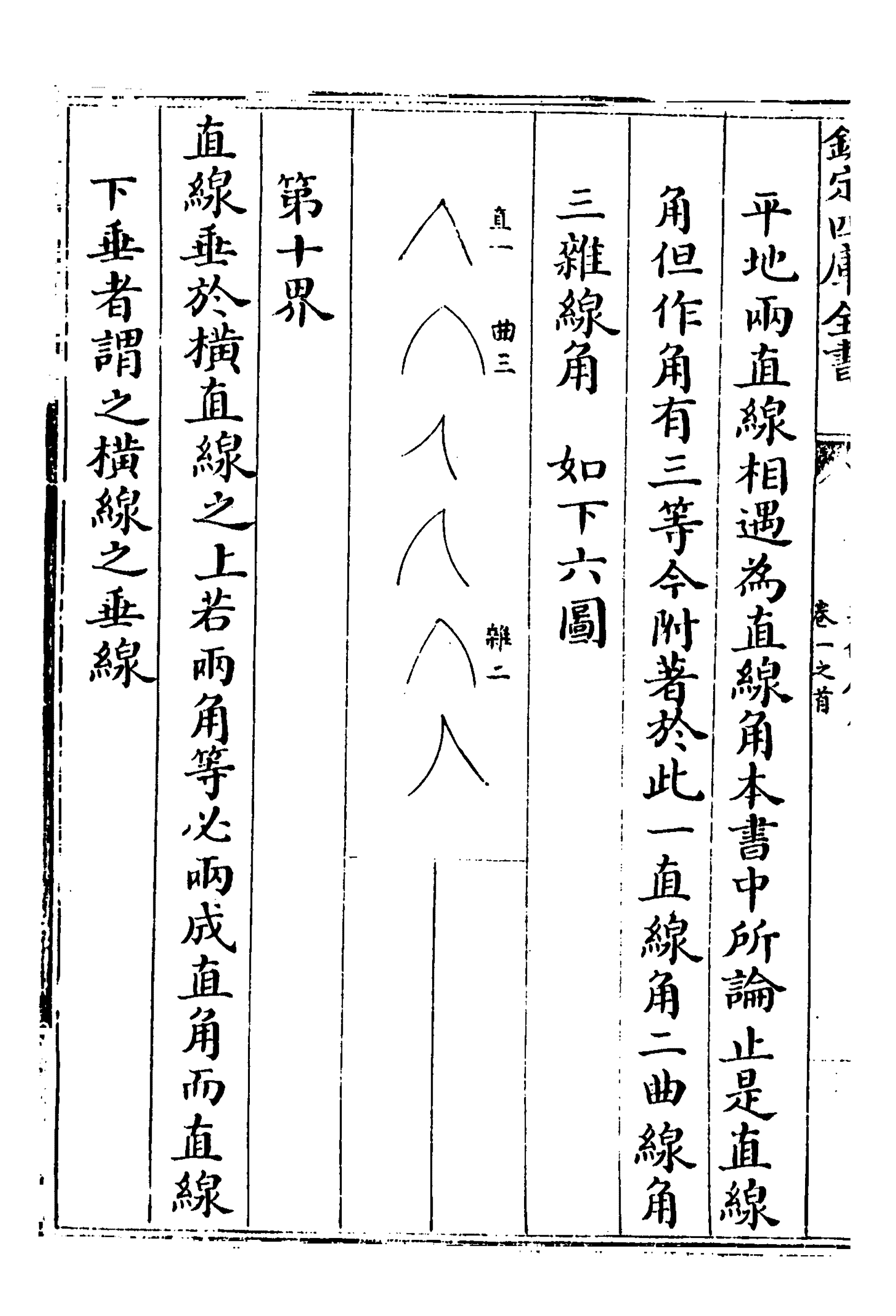
如上甲乙乙丙二線雖相遇不作平角為是曲線

所謂角止是兩線相遇不以線之大小較論

第九界

直線相遇作角為直線角

平地兩直線相遇為直線角本書中所論止是直線角但作角有三等今附著於此一直線角二曲線角三雜線角　如下六圖



第十界

直線垂於横直線之上若兩角等必兩成直角而直線下垂者謂之横線之垂線

量法常用兩直角及垂線垂線加於橫線之上必不作鋭角及鈍角

若甲乙線至丙丁上則乙之左右作兩角相等為直角而甲乙為垂線

丙　乙　丁　甲

若甲乙為橫線則丙丁又為甲乙之垂線何者丙乙與甲乙相遇雖止一直角然甲線若垂下過乙則丙線上下定成兩直角所以丙乙亦為甲乙之垂線如今用短尺一縱一橫互相為直線互相為垂線

凡直線上有兩角相連是相等者定俱直角中間線為垂線

反用之若是直角則兩線定俱是垂線

第十一界

凡角大于直角為鈍角

如甲乙丙角與甲乙丁角不等而甲乙丙大於甲乙丁則甲乙丙為鈍角

第十二界

凡角小於直角爲鋭角

如前圖甲乙丁是

通上三界論之直角一而已鈍角鋭角其大小不等乃至無數

是後凡指言角者俱用三字爲識其第二字即所指角也　如前圖甲乙丙三字第二乙字即所指鈍角

若言甲乙丁即第二乙字是所指鋭角

第十三界

界者一物之終始

今所論有三界點為線之界線為面之界面為體之界體不可為界

第十四界

或在一界或在多界之間為形

一界之形如平圜立圜等物多界之形如平方立方及平立三角六八角等物　圖見後卷

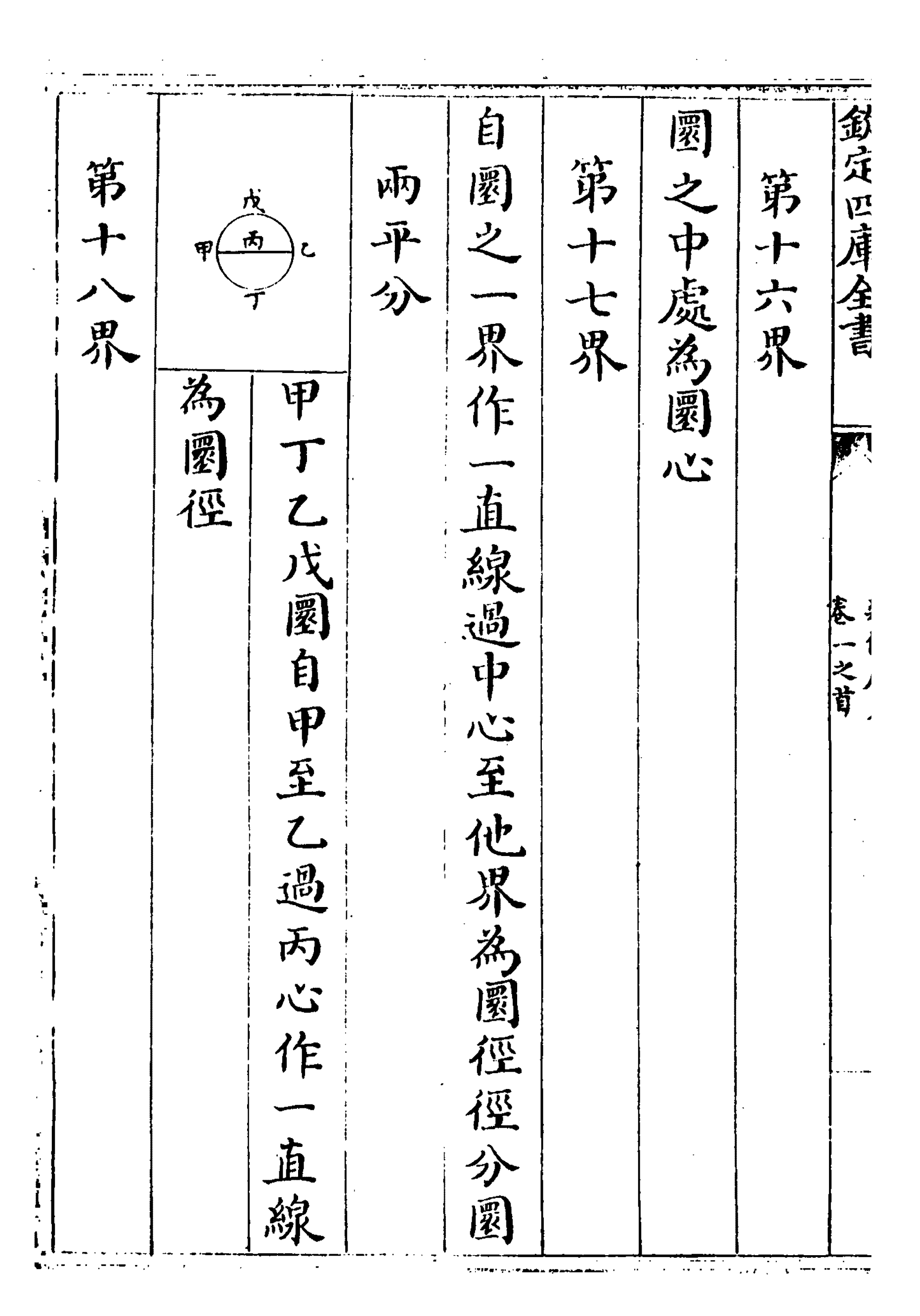
第十五界

圜者一形於平地居一界之間自界至中心作直線俱等

若甲乙丙為圜丁為中心則自甲至丁與乙至丁丙至丁其線俱等

外圓線為圜之界內形為圜

一說圜是一形乃一線屈轉一周復於元處所作如上圖甲丁線轉至乙丁乙丁轉至丙丁丙丁又至甲丁復元處其中形即成圜



第十六界

圜之中處為圜心

第十七界

自圜之一界作一直線過中心至他界為圜徑徑分圜兩平分

甲丁乙戊圜自甲至乙過丙心作一直線為圜徑

第十八界

徑線與半圜之界所作形為半圜

第十九界

在直線界中之形為直線形

第二十界

在三直線界中之形為三邊形

第二十一界

在四直線界中之形為四邊形

第二十二界

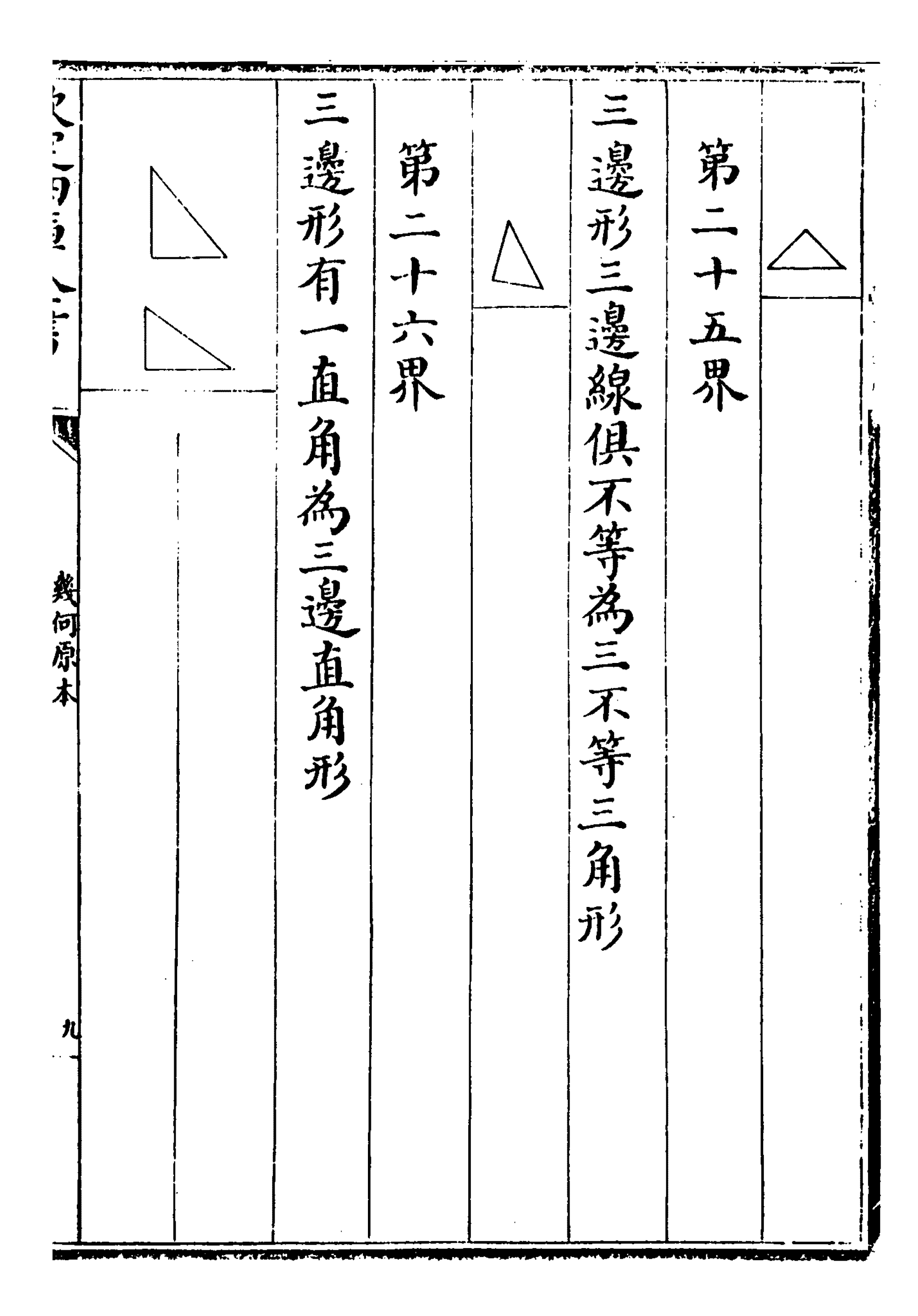
在多直線界中之形為多邊形五邊以上俱是

第二十三界

三邊形三邊線等為平邊三角形

第二十四界

三邊形有兩邊線等為兩邊等三角形或銳或鈍



第二十五界

三邊形三邊線俱不等為三不等三角形

第二十六界

三邊形有一直角為三邊直角形

第二十七界

三邊形有一鈍角為三邊鈍角形

第二十八界

三邊形有三銳角為三邊各銳角形

凡三邊形恒以在下者為底在上二邊為腰

第二十九界

四邊形四邊線等而角直爲直角方形

第三十界

直角形其角俱是直角其邊兩兩相等

如上甲乙丙丁形甲乙邊與丙丁邊自相等甲丙與乙丁自相等

第三十一界

斜方形四邊等俱非直角

第三十二界

長斜方形其邊兩兩相等俱非直角

第三十三界

以上方形四種謂之有法四邊形四種之外他方形皆謂之無法四邊形

第三十四界

兩直線於同面行至無窮不相離亦不相逺而不得相遇為平行線

甲——乙
丙——丁

第三十五界

一形每兩邊有平行線為平行線方形

甲 乙 丙 丁

第三十六界

凡平行線方形若於兩對角作一直線其直線為對角

線又於兩邊縱橫各作一平行線其兩平行線與對角線交羅相遇即此形分為四平行線方形其兩形有對角線者為角線方形其兩形無對角線者為餘方形

甲乙丁丙方形於丙乙兩角作一線為對角線又依乙丁平行作戊己線依甲乙平行作庚辛線其對角線與戊己庚辛兩線交羅相遇於壬即作大小四平行線方形矣則庚壬

己丙及戊壬辛乙兩方形謂之角線方形而甲庚壬戊及壬己丁辛謂之餘方形

求作四則

求作者不得言不可作

第一求

自此點至彼點求作一直線

此求亦出上篇葢自此點直行至彼點即是直線

自甲至乙或至丙至丁俱可作直線

第二求

甲 乙 丙 丁

一有界直線求從彼界直行引長之

甲 乙 丙 丁

如甲乙線從乙引至丙或引至丁俱一直行

第三求

不論大小以點爲心求作一圜

第四求

設一度於此求作彼度較此度或大或小凡言度者或線或面或體皆是

或言較小作大可作較大作小不可作何者小之至極數窮盡故也此説非是凡度與數不同數者可以長不可以短長數無窮短數有限如百數減半成五十減之又減至一而止一以下不可損

矣自百以上增之可至無窮故曰可長不可短也
度者可以長亦可以短長者增之可至無窮短者
減之亦復無盡嘗見莊子稱一尺之棰日取其半
萬世不竭亦此理也何者自有而分不免爲有若
減之可盡是有化爲無也有化爲無猶可言也合
巳分者更復合之合之又合仍爲尺棰是始合之
初兩無能并爲一有也兩無能并爲一有不可言也
公論十九則

公論者不可疑

第一論

設有多度彼此俱與他等則彼與此自相等

第二論

有多度等若所加之度等則合并之度亦等

第三論

有多度等若所減之度等則所存之度亦等

第四論

有多度不等若所加之度等則合并之度不等

第五論

有多度不等若所減之度等則所存之度不等

第六論

有多度俱倍於此度則彼多度俱等

第七論

有多度俱半於此度則彼多度亦等

第八論

有二度自相合則二度必等以一度加一度之上

第九論

全大於其分如一尺大於一寸寸者全尺中十分中之一分也

第十論

直角俱相等見界說十

第十一論

有二橫直線或正或偏任加一縱線若三線之間同方兩角小於兩直角則此二橫直線愈長愈相近必至

相遇甲乙丙丁二横直線任意作一戊己縦線或正或偏若戊己線同方兩角俱小於直角或并之小於兩直角則甲乙丙丁線愈長

愈相近必有相遇之處

欲明此理宜察平行線不得相遇者界說卅四加一垂線即三線之間定為直角便知此論兩角小於直角者其行不得不相遇矣

第十二論

兩直線不能為有界之形

第十三論

兩直線止能於一點相遇

如云線長界近相交不止一點試於丙乙二界各出直線交於丁假令其交不止一點當引至甲則甲丁乙宜為甲丙乙圜之徑而甲丁

丙亦如之界說十七夫甲丁乙圜之右半也而甲丁丙亦右半也界說十七甲丁乙為全甲丁丙為其分而俱稱右半是全與其分等也本篇九

第十四論

有幾何度等若所加之度各不等則合并之差與所加之差等

甲　乙庚戊
丙　丁己

甲乙丙丁線等于甲乙加乙戊於丙丁加丁己則甲戊大於丙己者庚戊線也而乙戊大

於丁己亦如之

第十五論

有幾何度不等若所加之度等則合并所贏之度與元所贏之度等

如上圖反說之戊乙己丁線不等於戊乙加乙甲於己丁加丁丙則戊甲大於己丙者戊庚線也而戊乙大於己丁亦如之

戊　庚　乙　　　甲
己　丁　　　丙

第十六論

有幾何度等若所減之度不等則餘度所贏之度與減去所贏之度等

甲乙丙丁線等於甲乙減戊乙於丙丁減己丁則乙戊大於丁己者庚戊也而丙己大於甲戊亦如之

第十七論

有幾何度不等若所減之度等則餘度所贏之度與元所贏之度等

甲　乙庚戊
丙　丁己

如十四論反說之甲戊丙己線不等於甲戊減甲乙於丙己減丙丁則乙戊長於丁己者亦庚戊也與甲戊長於丙己者等矣

第十八論

全與諸分之并等

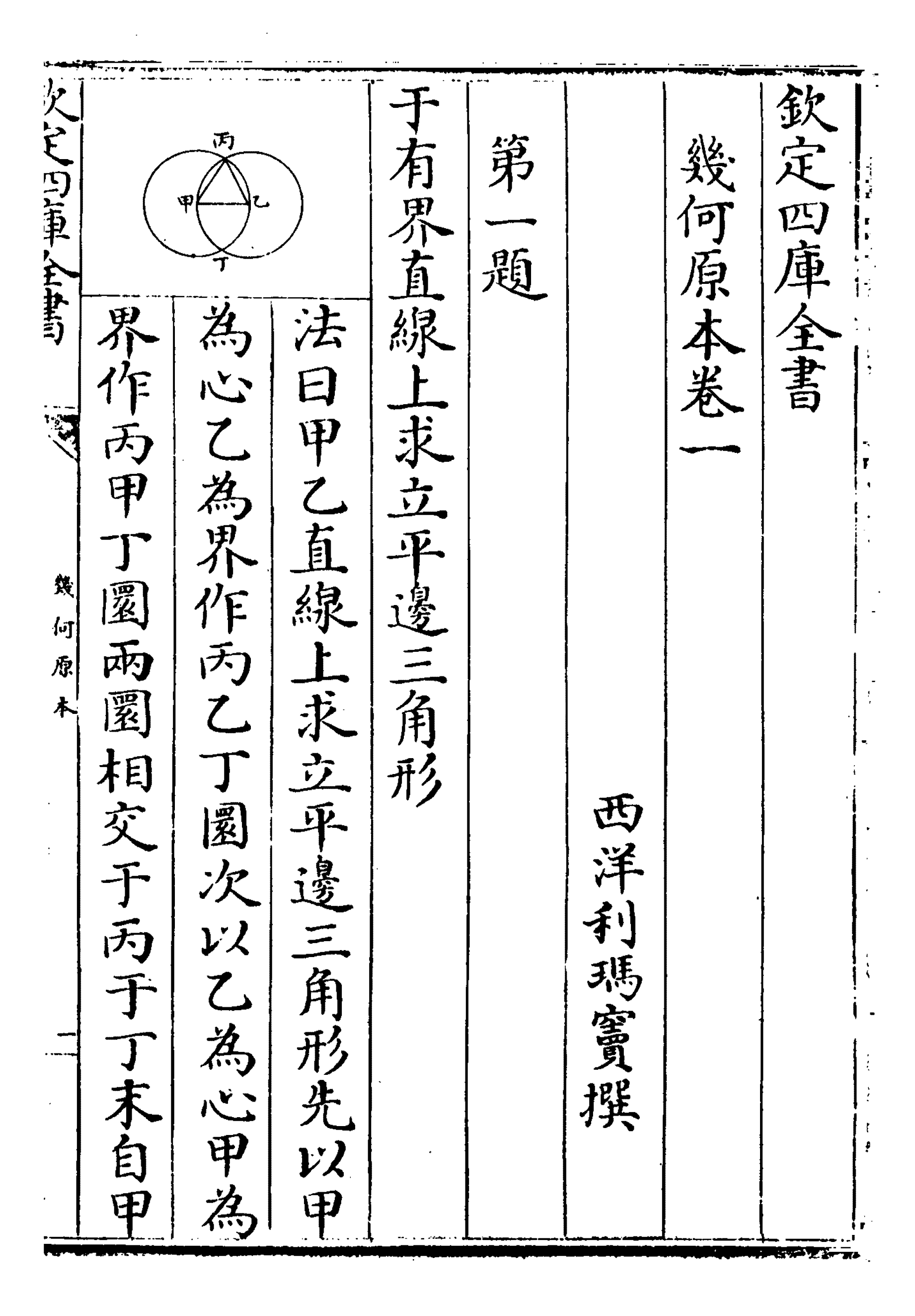
第十九論

有二全度此全倍於彼全若此全所減之度倍於彼全所減之度則此較亦倍於彼較（相減之餘曰較）

如此度二十彼度十於二十減六於十減三則此較

十四彼較七

幾何原本卷一之首



欽定四庫全書

幾何原本卷一

西洋利瑪竇撰

第一題

于有界直線上求立平邊三角形

法曰甲乙直線上求立平邊三角形先以甲為心乙為界作丙乙丁圜次以乙為心甲為界作丙甲丁圜兩圜相交于丙于丁末自甲

至丙丙至乙各作直線即甲乙丙為平邊三角形

論曰以甲為心至圜之界其甲乙線與甲丙甲丁線等以乙為心則乙甲線與乙丙乙丁線亦等何者凡為圜自心至界各線俱等故（界說十五）既乙丙等于乙甲而甲丙亦等于甲乙即甲丙亦等于乙丙（公論一）三邊等如所求（凡論有二種此以是為論者正論也下倣此）

丙
甲　乙

其用法不必作兩圜但以甲為心乙為界作近丙一短界線乙為心甲為界亦如之兩短界線交處即得丙

諸三角形俱推前用法作之詳本篇廿二

第二題

一直線線或內或外有一點求以點為界作直線與元線等

法曰有甲點及乙丙線求以甲為界作一線與乙丙等先以丙為心乙為界（乙為心丙為界亦可作）作丙乙圜（第三求）次觀甲點若在丙乙之外則自甲至丙作甲丙線（第一求）如上前圖或甲在丙乙之內則截取甲至丙一分線如上後圖兩法俱以甲丙線為底任于上下作甲丁丙平邊三角形（本篇一）次自三角形兩腰線引長之（第二求）其丁丙引至丙乙圜界而止為丙戊

線其丁甲引之出丙乙圜外稍長為甲己線末以丁為心戊為界作丁戊圜其甲己線與丁戊圜相交于庚即甲庚線與乙丙線等

論曰丁戊丁庚線同以丁為心戊為界故等（界說十五）于丁戊線減丁丙丁庚線減丁甲其所減兩腰線等則所存亦等（公論三）夫丙戊與丙乙同以丙為心戊乙為界亦等（界說十五）即甲庚與丙乙等（公論一）

若所設甲點即在丙乙線之一界其法尤易假如點在丙即以丙為心作乙戊圜從丙至戊即所求

第三題

兩直線一長一短求于長線減去短線之度

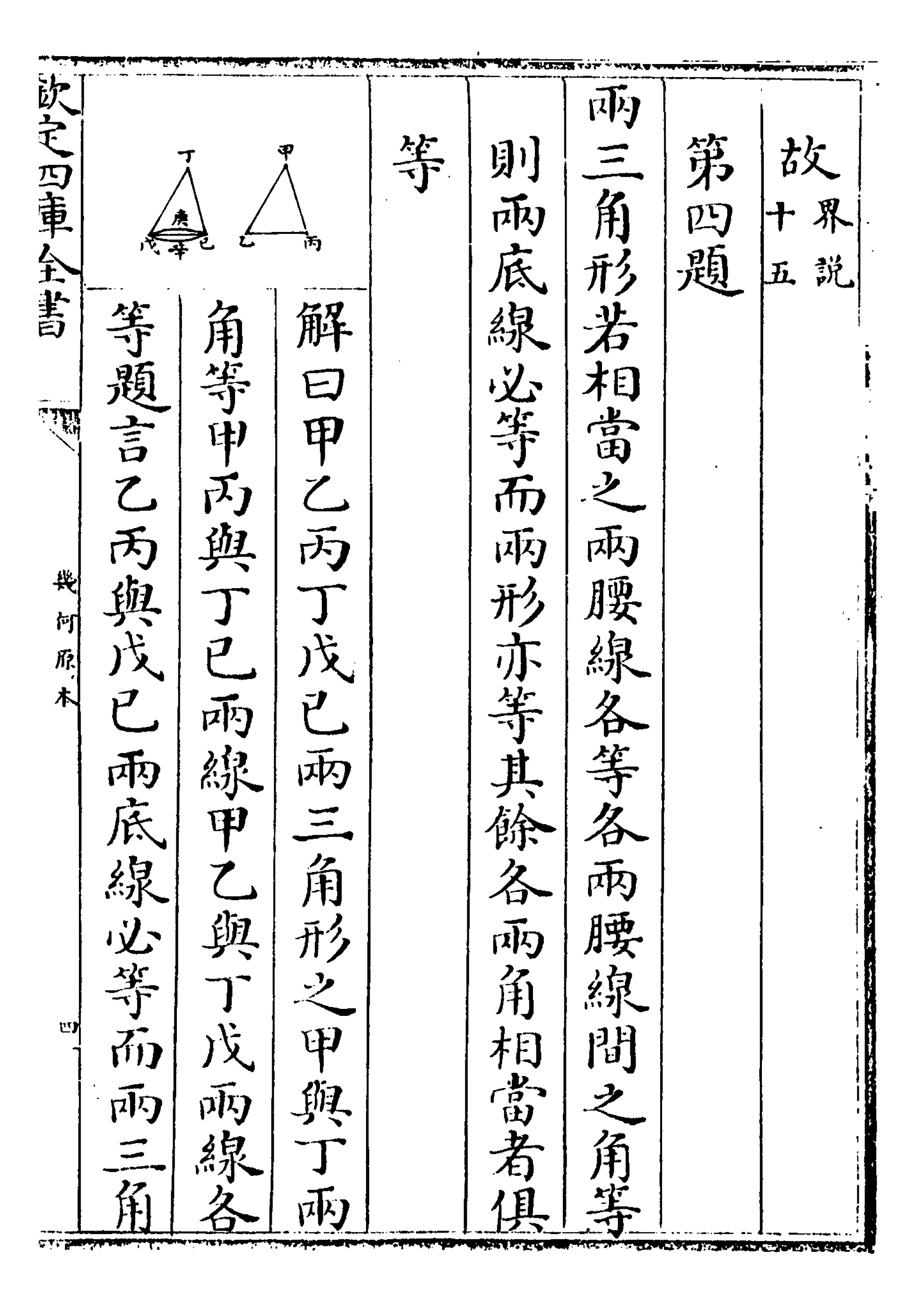
甲
丁
乙
戊
丙

法曰甲短線乙丙長線求于乙丙減甲先以甲為度從乙引至别界作乙丁線本篇二次以乙為心丁為界作圜第三求圜界與乙丙交于戊即乙戊與等甲之乙丁等葢乙丁乙戊同心同圜

故界說十五

第四題

兩三角形若相當之兩腰線各等各兩腰線閒之角等則兩底線必等而兩形亦等其餘各兩角相當者俱等



解曰甲乙丙丁戊己兩三角形之甲與丁兩角等甲丙與丁己兩線甲乙與丁戊兩線各等題言乙丙與戊己兩底線必等而兩三角

形亦等甲乙丙與丁戊己兩角甲丙乙與丁己戊兩角俱等

丁 甲
庚
戊 辛 己 乙 丙

論曰如云乙丙與戊己不等即令將甲角置丁角之上兩角必相合無大小甲丙與丁己甲乙與丁戊亦必相合無大小公論八此二俱等而云乙丙與戊己不等必乙丙底或在戊己之上為庚或在其下為辛矣戊己既為直線而戊庚己又為直線則兩線當別作一形是兩線能相合為形也辛做此公論十二此

以非為論者駁論也下倣此

第五題

三角形若兩腰等則底線兩端之兩角等而兩腰引出之其底之外兩角亦等

解曰甲乙丙三角形其甲丙與甲乙兩腰等題言甲丙乙與甲乙丙兩角等又自甲丙線任引至戊甲乙線任引至丁其乙丙戊與丙乙丁兩外角亦等

論曰試如甲戊線稍長即從甲戊截取一分與甲丁等為甲己本篇三次自丙至丁乙至己各作直線第一求即甲己乙甲丁丙兩三角形必等何者此兩形之甲角同甲己與甲丁兩腰又等甲乙與甲丙兩腰又等則其底丙丁與乙己必等而底線兩端相當之各兩角亦等矣本篇四又乙丙己與丙乙丁兩三角形亦等何者此兩形之丙丁乙與乙己丙兩角既等本論而甲己甲丁兩腰

各減相等之甲丙甲乙線即所存丙巳乙丁兩腰又等公論三丙丁與乙巳兩底又等本論又乙丙同腰即乙丙丁與丙乙巳兩角亦等也則丙之外乙丙巳角與乙之外丙乙丁角必等矣本篇四次觀甲乙巳與甲丙丁兩角既等于甲乙巳減丙乙巳角甲丙丁減乙丙丁角則所存甲丙乙與甲乙丙兩角必等公論三

甲 乙 丙

增從前形知三邊等形其三角俱等

第六題

三角形若底線兩端之兩角等則兩腰亦等

解曰甲乙丙三角形其甲乙丙與甲丙乙兩角等題言甲乙與甲丙兩腰亦等

甲
丁
乙　丙

論曰如云兩腰線不等而一長一短試辯之若甲乙為長線即令比甲丙線截去所長之度為乙丁線而乙丁與甲丙等（本篇三）次自丁至丙作直線則本形成兩三角形其一為甲乙丙其一為丁乙丙而甲乙丙全形與丁乙丙分形同也是全與其分等也（公論九）何

者彼言丁乙丙分形之乙丁與甲乙丙全形之甲丙兩線既等丁乙丙分形之乙丙與甲乙丙全形之乙丙又同線而元設丁乙丙與甲丙乙兩角等則丁乙丙與甲乙丙兩形亦等也本篇四是全與其分等也故底線兩端之兩角等者兩腰必等也

第七題

一線為底出兩腰線其相遇止有一點不得別有腰線

與元腰線等而于此點外相遇

解曰甲乙線為底于甲于乙各出一線至丙點相遇題言此為一定之處不得于甲上更出一線與甲丙等乙上更出一線與乙丙等而不于丙相遇

論曰若言有别相遇于丁者即問丁當在丙内邪丙外邪若言丁在丙内則有二說俱不可通何者若言丁在甲丙元線之内則如第一圖丁在甲丙兩界之

間矣如此即甲丁是甲丙之分而云甲丙與甲丁等也是全與其分等也（公論九）若言丁在甲丙乙三角頂間則如第二圖丁在甲丙乙之間矣即令自丙至丁作丙丁線而乙丁丙甲丁丙又成兩三角形次從乙丁引出至巳從乙丙引出至戊則乙丁丙形之乙丁乙丙兩腰等者其底線兩端之兩角乙丁丙乙丙丁宜亦等也其底之外兩角巳丁丙戊丙丁宜亦等也（本篇五）而甲丁丙形之甲丁甲丙兩腰

等者其底線兩端之兩角甲丙丁甲丁丙宜亦等也本篇五夫甲丙丁角本小于戊丙丁角而為其分今言甲丁丙與甲丙丁兩角等則甲丁丙亦小于戊丙丁矣何況己丁丙又甲丁丙之分更小于戊丙丁可知何言底外兩角等乎若言丁在丙外又有三說俱不可通何者若言丁在甲丙元線外是丁甲即在丙甲元線之上則甲丙與甲丁等矣即如上第一說駁之若言

丁在甲丙乙三角頂外即如上第二說駁之若言丁在丙外而後出二線一在三角形內一在其外甲丁線與乙丙線相交如第五圖即令將丙丁相聯作直線是甲丁丙又成一三角形而甲丙丁宜與甲丁丙兩角等也本篇五夫甲丁丙角本小于丙丁乙角而為其分據如彼論則甲丙丁角亦小于丙丁乙角矣又丙丁乙亦成一三角形而丙丁乙宜與丁丙乙兩角等也本篇五夫丁丙乙角本小于甲丙丁角而為其分

據如彼論則丙丁乙角亦小于甲丙丁角矣此二說者豈不自相戾乎

第八題

兩三角形若相當之兩腰各等兩底亦等則兩腰閒角必等

解曰甲乙丙丁戊己兩三角形其甲乙與丁戊兩腰甲丙與丁己兩腰各等乙丙與戊己兩底亦等題言甲與丁兩角必等

論曰試以丁戊己形加于甲乙丙形之上問丁角在甲角上邪否邪若在上即兩角等矣

公論八

或謂不然乃在于庚即問庚當在丁戊線之内邪或在三角之内邪或在三角頂之外邪皆依前論駁之本篇七

系本題止論甲丁角若旋轉依法論之即三角皆同可見凡線等則角必等不可疑也

第九題

有直線角求兩平分之

法曰乙甲丙角求兩平分之先于甲乙線任截一分為甲丁（本篇三）次于甲丙亦截甲戊與甲丁等次自丁至戊作直線次以丁戊為底立平邊三角形（本篇一）為丁戊己形末自己至甲作直線即乙甲丙角為兩平分

論曰丁甲己與戊甲己兩三角形之甲丁與甲戊兩線等甲己同是一線戊己與丁己兩底又等（何言兩底等初

從戊丁底作此三角平形此二線為腰各等戊丁故則丁甲巳與戊甲巳兩角必等本篇八

用法如上截取甲丁甲戊即以丁為心向乙丙間任作一短界線次用元度以戊為心亦如之兩界線交處得巳本篇一

第十題

一有界線求兩平分之

法曰甲乙線求兩平分先以甲乙為底作甲

乙丙兩邊等三角形本篇一次以甲丙乙角兩平分之本篇九得丙丁直線即分甲乙于丁

論曰丙丁乙丙丁甲兩三角形之丙乙丙甲兩腰等而丙丁同線甲丙丁與乙丙丁兩角又等本篇九則甲丁與乙丁兩線必等本篇四

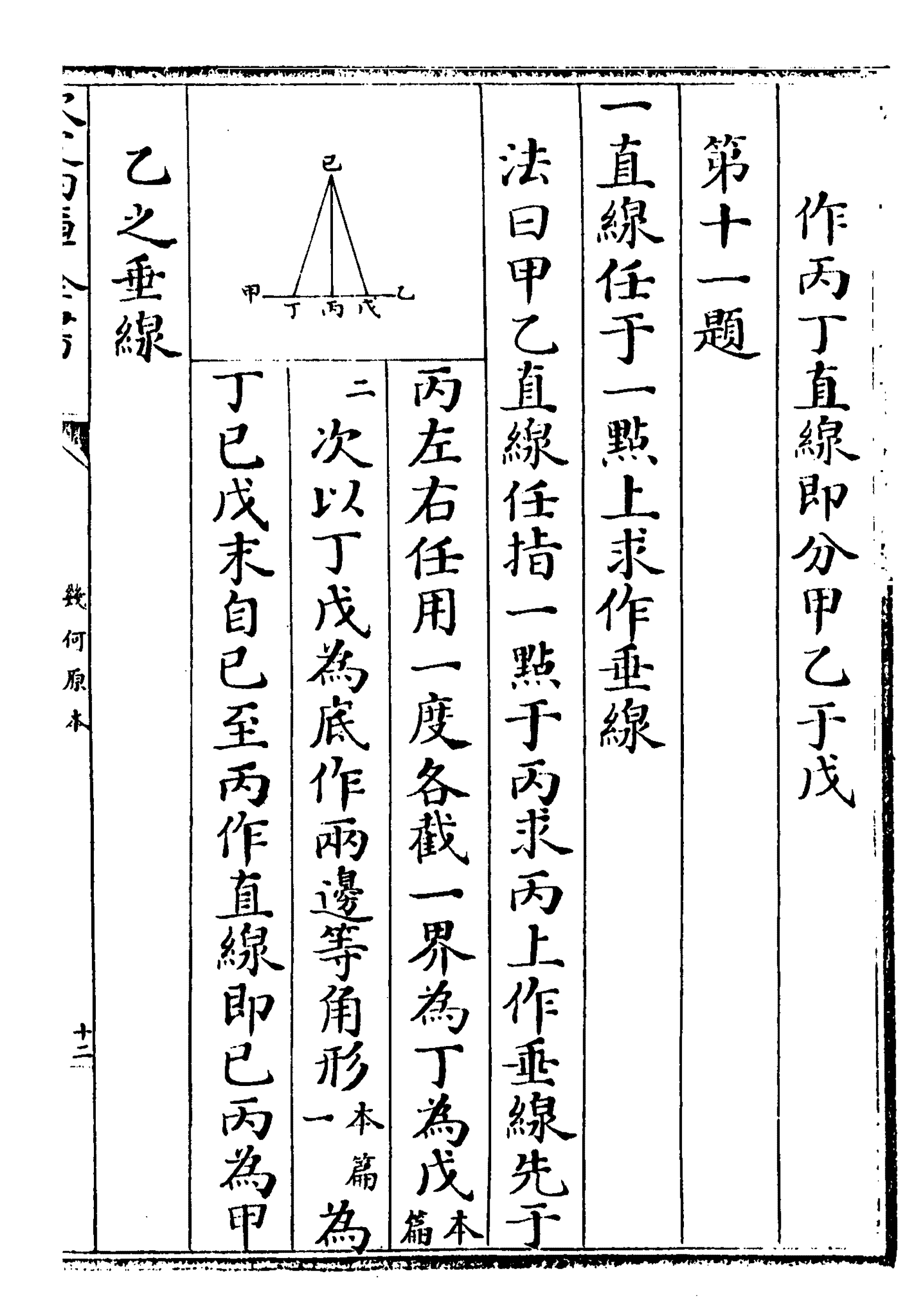
用法以甲為心任用一度但須長于甲乙線之半向上向下各作一短界線次用元度以乙為心亦如之兩界線交處即丙丁末

作丙丁直線即分甲乙于戊

第十一題

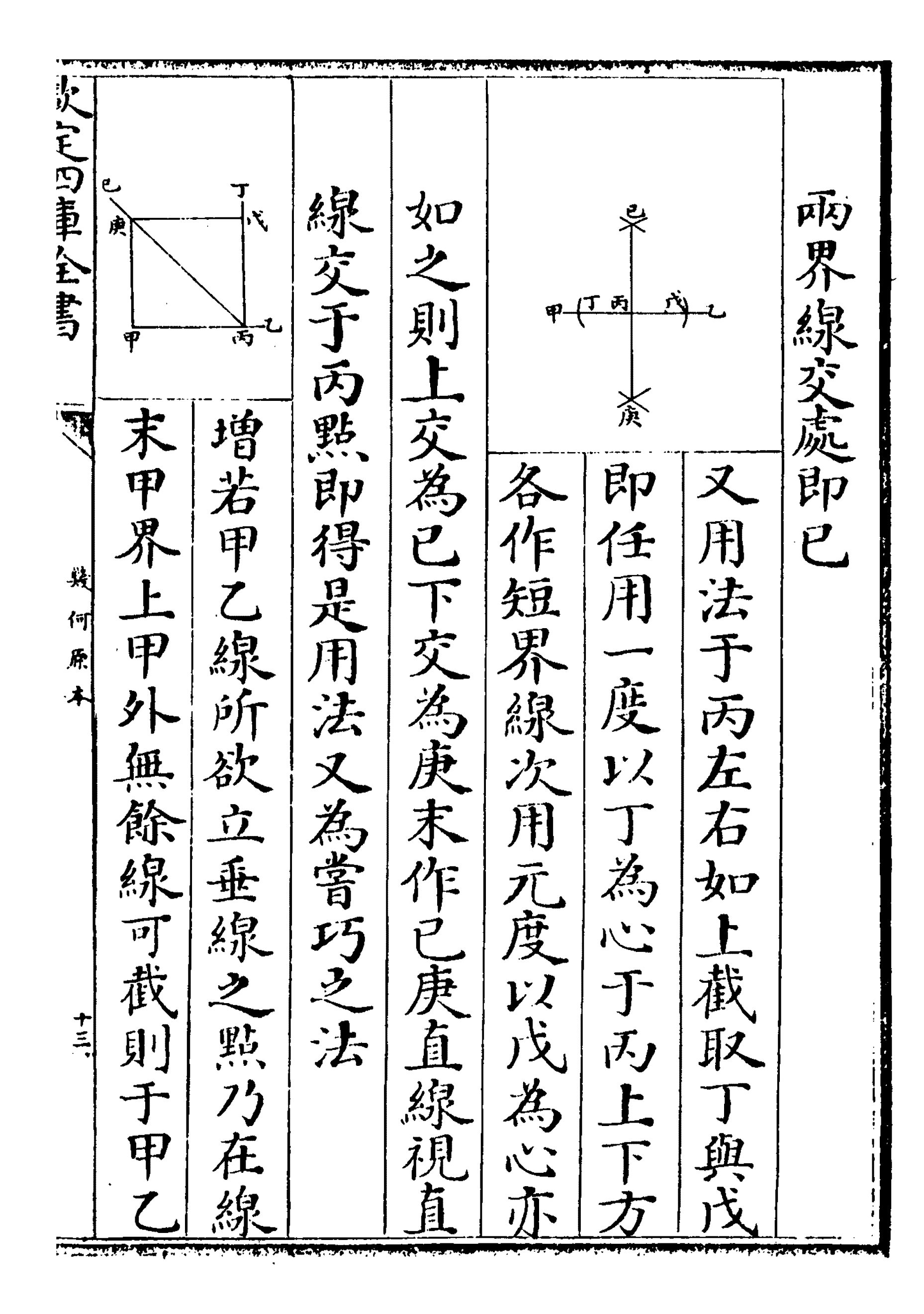
一直線任于一點上求作垂線

法曰甲乙直線任指一點于丙求丙上作垂線先于丙左右任用一度各截一界為丁為戊本篇二次以丁戊為底作兩邊等角形本篇一為丁巳戊末自巳至丙作直線即巳丙為甲乙之垂線



論曰丁已丙與戊已丙兩角形之已丁已戊兩腰等而已丙同線丙丁與丙戊兩底又等即兩形必等丁與戊兩角亦等本篇五　丁已丙與戊已丙兩角亦等本篇八九則丁丙已與戊丙已兩角必等矣等即是直角直角即是垂線界說十此後三角形多稱角形省文也

用法于丙點左右如上截取丁與戊即以丁為心任用一度但須長于丙丁線向丙上方作短界線次用元度以戊為心亦如之



兩界線交處即己

又用法于丙左右如上截取丁與戊即任用一度以丁為心于丙上下方各作短界線次用元度以戊為心亦如之則上交為己下交為庚末作己庚直線視直線交于丙點即得是用法又為甞巧之法

增若甲乙線所欲立垂線之點乃在線末甲界上甲外無餘線可截則于甲乙

線上任取一點為丙如前法于丙上立丁丙垂線次以甲丙丁角兩平分之本篇九為已丙線次以甲丙為度于丁丙垂線上截戊丙線本篇三次于戊上如前法立垂線與已丙線相遇為庚末自庚至甲作直線如所求

論曰庚甲丙與庚丙戊兩角形之甲丙丙戊兩線既等庚丙同線戊丙庚與甲丙庚兩角又等即甲

庚戊庚丙線必等本篇四而對同邊之甲角戊角亦等本篇四戊既直角則甲亦直角是甲庚為甲乙之垂線界說十

用法甲點上欲立垂線先以甲為心向元線上方任抵一界作丙點次用元度以丙為心作大半圜圜界與甲乙線相遇為丁次自丁至丙作直線引長之至戊為戊丁線戊丁與圜界相遇為己末自己至甲作直線即所求此法今未

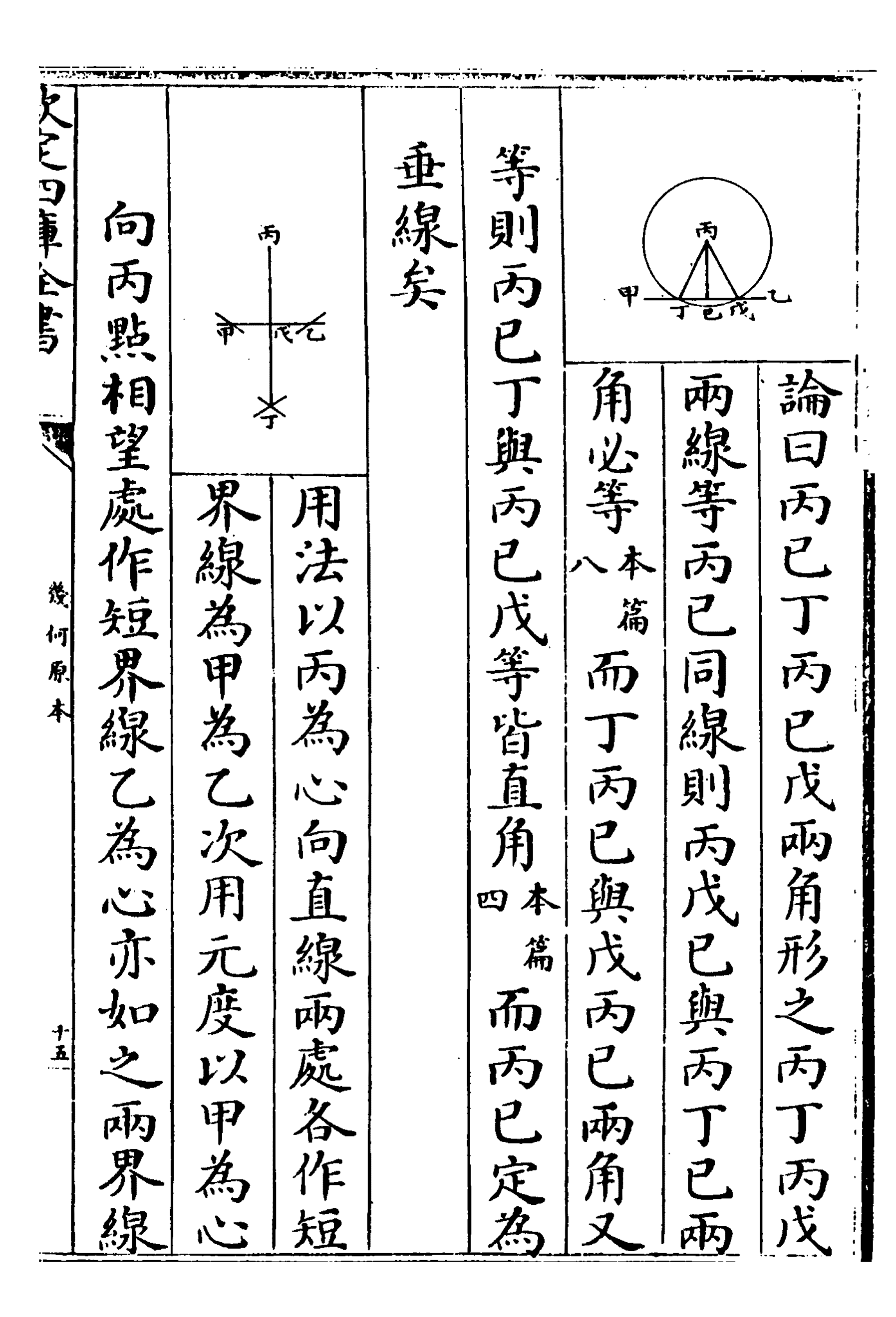
能論論見第三

卷第三十一題

第十二題

有無界直線線外有一點求于點上作垂線至直線上

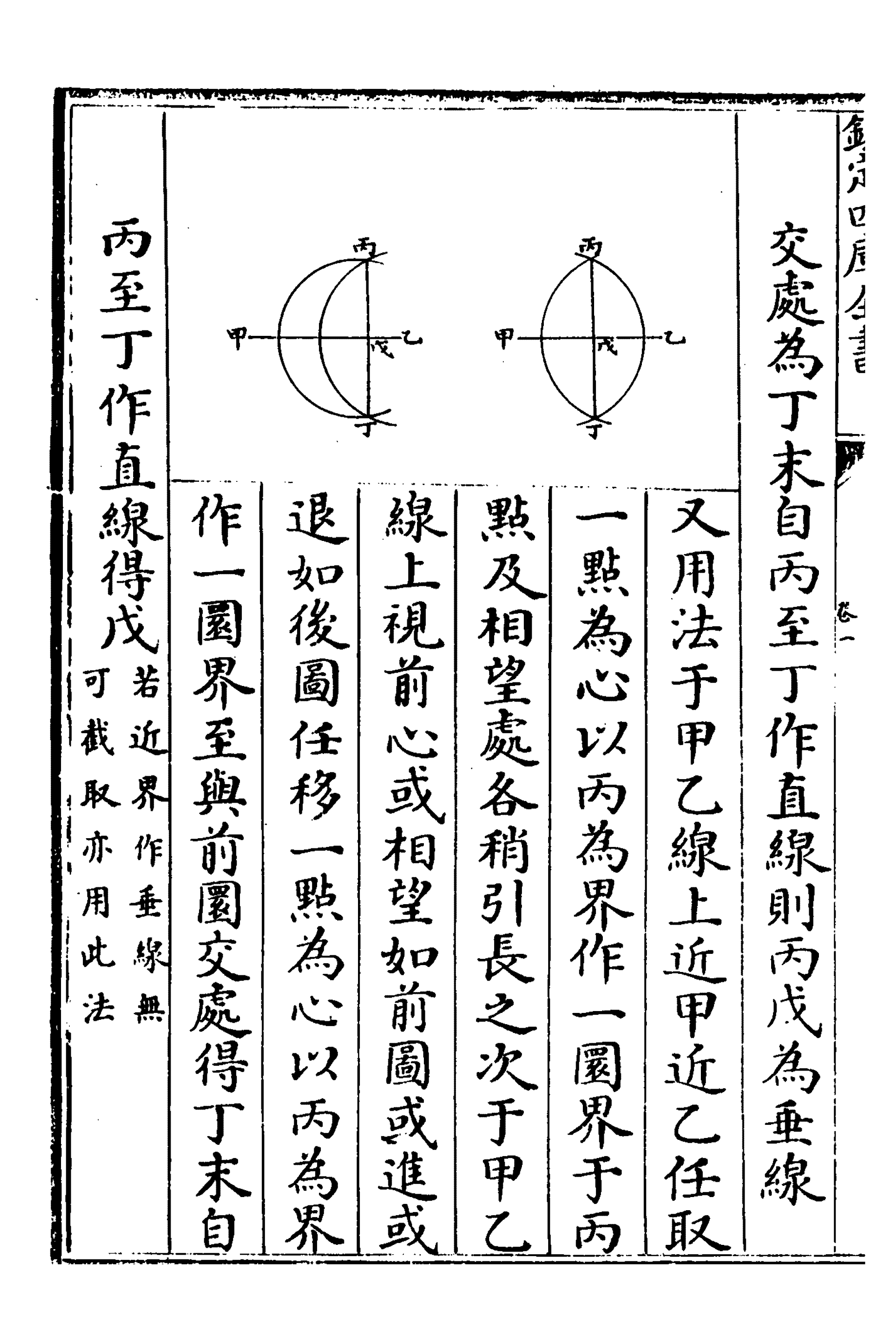
法曰甲乙線外有丙點求從丙作垂線至甲乙先以丙為心作一圜令兩交于甲乙線為丁為戊次從丁戊各作直線至丙次兩平分丁戊于已（本篇十）末自丙至已作直線即丙已為甲乙之垂線



論曰丙己丁丙己戊兩角形之丙丁丙戊兩線等丙己同線則丙己與丙丁己兩角必等（本篇八）而丁丙己與戊丙己兩角又等則丙己丁與丙己戊等皆直角（本篇四）而丙己定為垂線矣

用法以丙為心向直線兩處各作短界線為甲為乙次用元度以甲為心向丙點相望處作短界線乙為心亦如之兩界線

交處為丁末自丙至丁作直線則丙戊為垂線



又用法于甲乙線上近甲近乙任取一點為心以丙為界作一圜界于丙點及相望處各稍引長之次于甲乙線上視前心或相望如前圖或進或退如後圖任移一點為心以丙為界作一圜界至與前圜交處得丁末自丙至丁作直線得戊若近界作垂線無可截取亦用此法

第十三題

一直線至他直線上所作兩角非直角即等于兩直角

戊 甲 丙 己 丁

解曰甲線下至丙丁線遇于乙其甲乙丙與甲乙丁作兩角題言此兩角當是直角若非直角即是一鋭一鈍而并之等于兩直角

論曰試于乙上作垂線為戊乙本篇十一令戊乙丙與戊乙丁為兩直角即甲乙丁甲乙戊兩鋭角并之與戊乙丁直角等矣次于甲乙丁甲乙戊兩鋭角

又加戊乙丙一直角并此三角定與戊乙丙戊乙丁

兩直角等也公論十八次于甲乙戊又加戊乙丙并此鋭

直兩角定與甲乙丙鈍角等也次于甲乙戊戊乙丙

鋭直兩角又加甲乙丁鋭角并此三角定與甲乙丁

甲乙丙鋭鈍兩角等也夫甲乙丁甲乙戊戊乙丙三

角既與兩直角等則甲乙丁與甲乙丙兩角定與兩

直角等公論一

第十四題

一直線于線上一點出不同方兩直線偕元線每旁作兩角若每旁兩角與兩直角等即後出兩線為一直線

甲 丁 丙 巳 戊 庚 乙

解曰甲乙線于丙點上左出一線為丙丁右出一線為丙戊若甲丙戊甲丙丁兩角與兩直角等題言丁丙與丙戊是一直線

論曰如云不然令別作一直線必從丁丙更引出一線或離戊而上為丁丙巳或離戊而下為丁丙庚也

若上于戊則甲丙線至丁丙已直線上為甲丙已甲丙丁兩角此兩角宜與兩直角等（本篇十三）如此即甲丙戊甲丙丁兩角與甲丙已甲丙丁兩角亦等矣試減甲丙丁角而以甲丙戊與甲丙已兩角較之果相等乎（公論三）夫甲丙已本小于甲丙戊而為其分今曰相等是全與其分等也（公論九）若下于戊則甲丙線至丁丙庚直線上為甲丙庚甲丙丁兩角此兩角宜與兩直角等（本篇十三）如此即

甲丙庚甲丙丁兩角與甲丙戊甲丙丁兩角亦等矣試減甲丙丁角而以甲丙戊與甲丙庚較之果相等乎公論三夫甲丙戊實小于甲丙庚而為其分今曰相等是全與其分等也公論九兩者皆非則丁丙戊是一直線

第十五題

凡兩直線相交作四角每兩交角必等

解曰甲乙與丙丁兩線相交于戊題言甲戊丙與丁

戊乙兩角甲戊丁與丙戊乙兩角各等

論曰丁戊線至甲乙線上則甲戊丁丁戊乙兩角與兩直角等（本篇十三）甲戊線至丙丁線上則甲戊丙甲戊丁兩角與兩直角等（本篇十三）如此即丁戊乙甲戊丁兩角亦與甲戊丁甲戊丙兩角等（公論十）試減同用之甲戊丁角其所存丁戊乙甲戊丙兩角必等（公論三）又丁戊線至甲乙線上則甲戊丁丁戊乙兩角與兩直角等（本篇十三）乙戊線至丙丁線上則丁戊乙丙戊

乙丙角與丙直角等本篇十三如此即甲戊丁丁戊乙兩角亦與丁戊乙丙戊乙兩角公論十試減同用之丁戊乙角其所存甲戊丁丙戊乙必等

一系推顯兩直線相交于中點上作四角與四直角等

二系一點之上兩直線相交不論幾許線幾許角定與四直角等公論十八

增題一直線内出不同方兩直線而所作兩交角

等即後出兩線為一直線

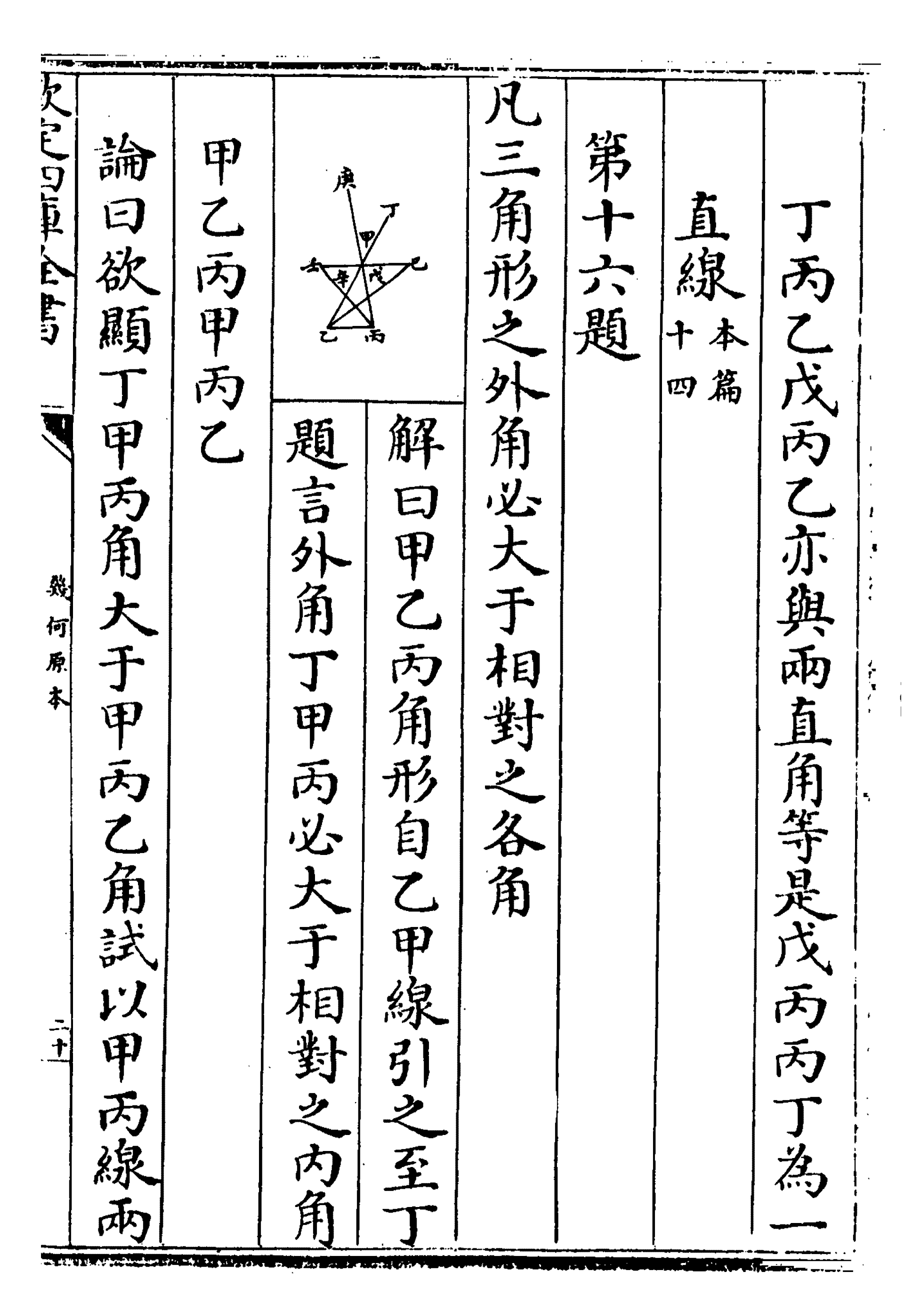
解曰甲乙線內取丙點出丙丁丙戊兩線而所作甲丙戊丁丙乙兩交角等或甲丙丁戊丙乙兩交角等題言戊丙丙丁即一直線

論曰甲丙戊角既與丁丙乙角等每加一戊丙乙角即甲丙戊戊丙乙兩角必與丁丙乙戊丙乙兩角等公論二而甲丙戊戊丙乙與兩直角等本篇十三則

丁丙乙戊丙乙亦與兩直角等是戊丙丙丁為一直線本篇十四

第十六題

凡三角形之外角必大于相對之各角



解曰甲乙丙角形自乙甲線引之至丁題言外角丁甲丙必大于相對之內角甲乙丙甲丙乙

論曰欲顯丁甲丙角大于甲丙乙角試以甲丙線兩

平分于戊（本篇十）自乙至戊作直線引長之從戊外截取戊已與乙戊等（本篇三）次自甲至已作直線即甲戊已戊乙丙兩角形之戊已與戊乙兩線等戊甲與戊丙兩線等甲戊已乙戊丙兩交角又等（本篇十五）則甲已與乙丙兩底亦等（本篇四）兩形之各邊各角俱等而已甲戊與戊丙乙兩角亦等矣夫已甲戊乃丁甲丙之分則丁甲丙大于已甲戊亦大于相等之戊丙乙而丁甲丙外角不大于

相對之甲丙乙內角乎次顯丁甲丙大于甲乙丙試自丙甲線引長之至庚次以甲乙線兩平分于辛（本篇十）自丙至辛作直線引長之從辛外截取辛壬與丙辛等（本篇三）次自甲至壬作直線依前論推顯甲辛壬辛丙乙兩角形之各邊各角俱等則壬甲辛與辛丙兩角亦等矣夫壬甲辛乃庚甲乙之分必小于庚甲乙也庚甲乙又與丁甲丙兩交角等（本篇十五）則甲乙丙內角不小于丁甲丙外角乎其餘乙丙上作外角

俱大于相對之內角依此推顯

第十七題

凡三角形之每兩角必小于兩直角

戊
甲
丁 乙 丙

解曰甲乙丙角形題言甲乙丙甲丙乙兩角丙甲乙甲乙丙兩角甲丙乙丙甲乙兩角皆小于兩直角

論曰試用兩邊線丙甲引出至戊丙乙引出至丁即甲乙丁外角大于相對之甲丙乙內角矣本篇十六此兩

率者每加一甲乙丙角則甲乙丁甲乙丙必大于甲丙乙甲乙丙矣（四公論）夫甲乙丁甲乙丙與兩直角等也（本篇十三）則甲丙乙甲乙丙小于兩直角也餘二倣此

第十八題

凡三角形大邊對大角小邊對小角

甲
丁
乙
丙

解曰甲乙丙角形之甲丙邊大于甲乙邊乙丙邊題言甲乙丙角大于乙丙甲角乙甲丙角

論曰甲丙邊大于甲乙邊即于甲丙線上截甲丁與甲乙等本篇三自乙至丁作直線則甲乙丁與甲丁乙兩角等矣本篇五夫甲丁乙角者乙丙丁角形之外角必大于相對之丁丙乙内角本篇十六則甲乙丁角亦大于甲丙乙角而況甲乙丙又函甲乙丁于其中不又大于甲丙乙乎如乙丙邊大于甲乙邊則乙甲丙角亦大于甲丙乙角依此推顯

第十九題

凡三角形大角對大邊小角對小邊

解曰甲乙丙角形乙角大于丙角題言對乙角之甲丙邊必大于對丙角之甲乙邊

論曰如云不然令言或等或小若言甲丙與甲乙等則甲丙角宜與甲乙角等矣（本篇五）何設乙角大于丙角也若言甲丙小于甲乙則甲丙邊對甲乙大角宜大（本篇十八）又何言小也如甲角大于丙角則乙丙邊大于甲乙邊依此推顯

第二十題

凡三角形之兩邊并之必大于一邊

解曰甲乙丙角形題言甲丙甲乙邊并之必大于乙丙邊甲丙丙乙并之必大于甲乙甲乙丙并之必大于甲丙

論曰試于丙甲邊引長之以甲乙為度截取甲丁三本篇自丁至乙作直線令甲丁甲乙兩腰等而甲丁乙甲乙丁兩角亦等五本篇即丙乙丁角大于甲乙丁角

亦大于丙丁乙角矣夫丁丙邊對丙乙丁大角也豈不大于乙丙邊對丙丁乙小角者乎本篇十九又甲丁甲乙兩線各加甲丙線等也則甲乙加甲丙者與丙丁等矣丙丁既大于乙丙則甲乙甲丙兩邊并必大于乙丙邊也餘二倣此

第二十一題

凡三角形于一邊之兩界出兩線復作一三角形在其內則內形兩腰并之必小于相對兩腰而後兩線所

作角必大于相對角

甲 戊 丁 乙 丙

解曰甲乙丙角形于乙丙邊之兩界各出一線遇于丁題言丁丙丁乙兩線并必小于甲乙甲丙并而乙丁丙角必大于乙甲丙角

論曰試用内一線引長之如乙丁引之至戊即乙甲戊角形之乙甲甲戊兩線并必大于乙戊線也本篇二十此二率者每加一戊丙線則乙甲甲戊戊丙并必大于乙戊戊丙并矣公論四又戊丁丙角形之戊丁戊丙

線并必大于丁丙線也此二率者每加一丁乙線則戊丁戊丙丁乙并必大于丁丙丁乙并矣公論四夫乙甲甲戊戊丙既大于乙丁戊戊丙豈不更大于丁丙丁乙乎本篇二十又乙甲戊角形之丙戊丁外角大于相對之乙甲戊内角本篇十六即丁戊丙角形之乙丁丙外角更大于相對之丁戊丙内角矣而乙丁丙角豈不更大于乙甲丙角乎

第二十二題

三直線求作三角形其每兩線并大于一線也

法曰甲乙丙三線其第一第二線并大于第三線[若兩線比第三線或等或小即不能作三角形見本篇二十]求作三角形先任作丁戊線長于三線并次以甲為度從丁截取丁己線[本篇三]以乙為度從己截取己庚線以丙為度從庚截取庚辛線次以己為心丁為界作丁壬癸圜以庚為心辛為界作辛壬癸圜其兩圜相遇下為壬上為癸末

以庚己為底作癸庚癸己兩直線即得己癸庚三角形用壬亦可作　若丁壬癸圜不到子辛壬癸圜不到丑即是兩線或等或小于第三線不成三角形矣

論曰此角形之丁己己癸線皆同圜之半徑等界說十五則己癸與甲等庚辛庚癸線亦皆同圜之半徑等則庚癸與丙等己庚元以乙為度則角形三線與所設三線等

用法任以一線為底以底之一界為心第

二線為度向上作短界線次以又一界為心第三線為度向上作短界線兩界線交處向下作兩腰如所求

若設一三角形求別作一形與之等亦用此法

第二十三題

一直線任于一點上求作一角與所設角等

法曰甲乙線于丁丙點求作一角與丁戊己角等先于

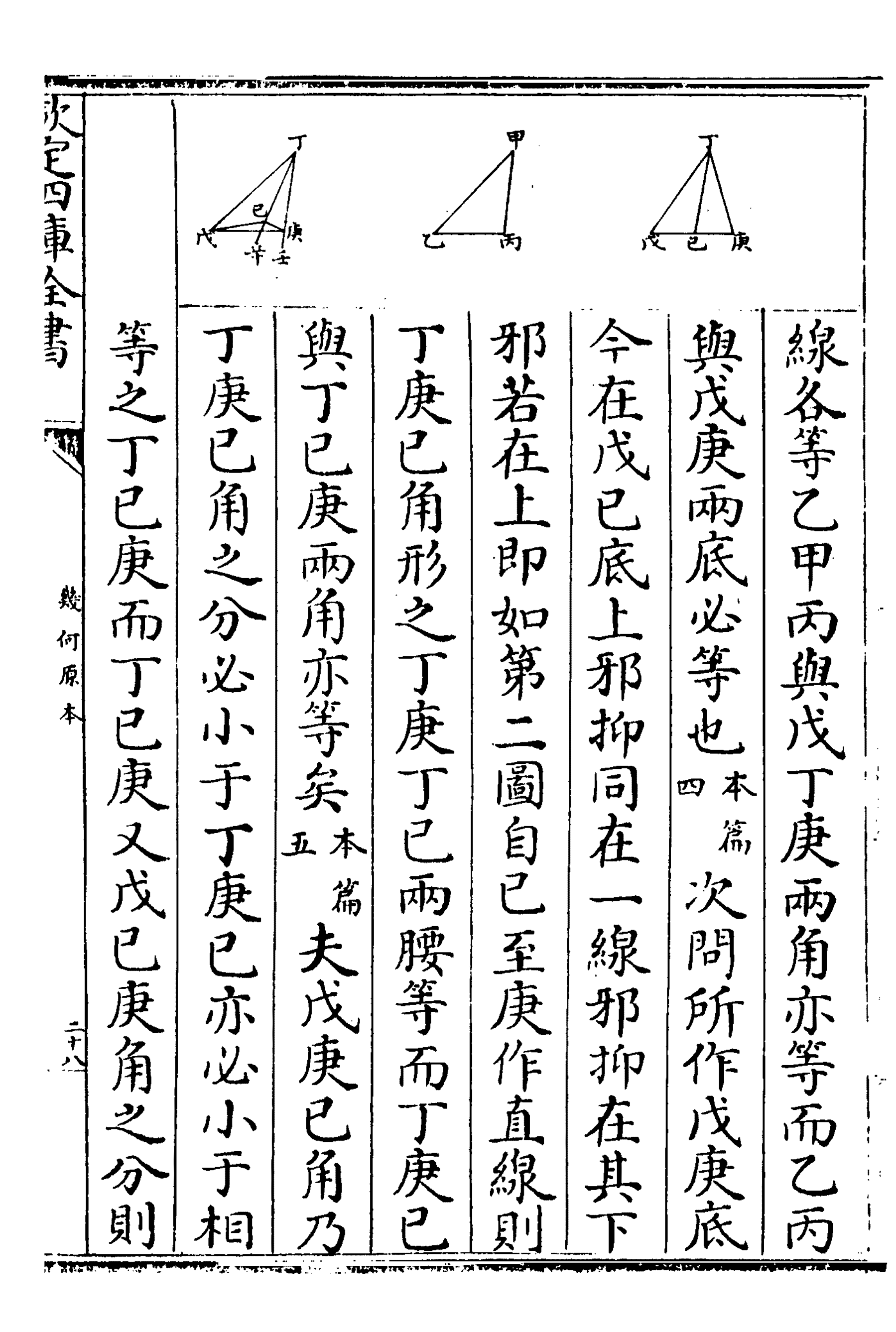
戊丁線任取一點為庚于戊己線任取一點為辛自庚至辛作直線次依甲乙線作丙壬癸角形與戊庚辛角形等本篇廿二即丙壬丙癸兩腰與戊庚戊辛兩腰等壬癸底與庚辛底又等則丙角與戊角必等本篇八

第二十四題

兩三角形相當之兩腰各等若一形之腰間角大則底亦大

解曰甲乙丙丁戊己兩角形其甲乙與丁戊兩腰甲丙與丁己兩腰各等若乙甲丙角大于戊丁己角題言乙丙底必大于戊己底

論曰試依丁戊線從丁點作戊丁庚角與乙甲丙角等本篇廿三則戊丁庚角大于戊丁己角而丁庚腰在丁己之外矣次截丁庚線與丁己等本篇三即丁庚丁己俱與甲丙等又自戊至庚作直線是甲乙與丁戊甲丙與丁庚腰



線各等乙甲丙與戊丁庚兩角亦等而乙丙與戊庚兩底必等也（本篇四）次問所作戊庚底令在戊己底上邪抑同在一線邪抑在其下邪若在上即如第二圖自己至庚作直線則丁庚己形之丁庚丁己兩腰等而丁庚己與丁己庚兩角亦等矣（本篇五）夫戊庚己角乃丁庚己角之分必小于丁庚己亦必小于相等之丁己庚而丁己庚又戊己庚角之分則

戊庚己益小于戊己庚也（公論九）則對戊庚己小角之戊己腰必小于對戊己庚大角之戊庚腰也（本篇十九）若戊己與戊庚兩底同線即如第四圖戊己乃戊庚之分則戊己必小于戊庚也（公論九）若戊庚在戊己之下即如第六圖自己至庚作直線次引丁庚線出于壬引丁己線出于辛則丁庚丁己兩腰等而辛己庚壬庚己兩外角亦等矣（本篇五）夫戊庚己角乃壬庚己角之分必小于壬庚己

亦必小于相等之辛己庚而辛己庚又戊己庚角之分則戊庚己並小于戊己庚也公論九則對戊庚己小角之戊己腰必小于對戊己庚大角之戊庚腰也本篇十九是三戊己皆小于等戊庚之乙丙本篇四也

第二十五題

兩三角形相當之兩腰各等若一形之底大則腰間角亦大

解曰甲乙丙與丁戊己兩角形其甲乙與丁戊甲丙

與丁己各兩腰等若乙丙底大于戊己底題言乙甲丙角大于戊丁己角

論曰如云不然令言或小或等若言等則兩形之兩腰各等腰閒角又等宜兩底亦等（本篇四）何設乙丙底大也若言乙甲丙角小則對乙甲丙角之乙丙線宜亦小（本篇廿四）何設乙丙底大也

第二十六題（二支）

兩三角形有相當之兩角等及相當之一邊等則餘兩

邊必等餘一角亦等其一邊不論在兩角之內及一角之對

先解一邊在兩角之內者曰甲乙丙角形之甲乙丙甲丙乙兩角與丁戊己角形之丁戊己丁己戊兩角各等在兩角內之乙丙邊與戊己邊又等題言甲乙與丁戊兩邊甲丙與丁己兩邊各等而乙甲丙角與戊丁己角亦等

論曰如云兩邊不等而丁戊大于甲乙令于丁戊線

截取庚戊與甲乙等（本篇三）次自庚至已作直線即庚戊已角形之庚戊戊已兩邊宜與甲乙乙丙兩邊等矣夫乙角與戊角元等則甲丙與庚已宜等（本篇四）而庚已戊角與甲丙乙角宜亦等也（本篇四）既設丁已戊與甲丙乙兩角等今又言庚已戊與甲丙乙兩角等是庚已戊與丁已戊亦等全與其分等矣（公論九）以此見兩邊必等兩邊既等則餘一角亦等

後解相等邊不在兩角之内而在一角之對者曰甲乙丙角形之乙角丙角與丁戊已角形之戊角丁已戊角各等而對丙之甲乙邊與對已之丁戊邊又等題言甲丙與丁已兩邊丙乙與已戊兩邊各等而甲角與戊丁已角亦等

論曰如云兩邊不等而戊已大于乙丙令于戊已線截取戊庚與乙丙等本篇三次自丁至庚作直線即丁戊庚角形之丁戊戊庚兩邊宜與甲乙乙丙兩邊等

甲 丁 乙 丙 戊 庚 已

矣夫乙角與戊角元等則甲丙與丁庚宜等本篇四而丁庚戊角與甲丙乙角宜亦等也既設丁巳戊與甲丙乙兩角等今又言丁庚戊與甲丙乙兩角等是丁庚戊外角與相對之丁巳戊内角等矣本篇十六可乎以此見兩邊必等兩邊既等則餘一角亦等

第二十七題

兩直線有他直線交加其上若内相對兩角等即兩直線必平行

解曰甲乙丙丁兩直線加他直線戊己交于庚于辛而甲庚辛與丁辛庚兩角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰如云不然則甲乙丙丁兩直線必至相遇于壬而庚辛壬成三角形則甲庚辛外角宜大于相對之庚辛壬內角矣（本篇十六）乃先設相等乎若設乙庚辛角與丙辛庚角等亦依此論若言甲乙丙丁兩直線相遇于癸亦依此論

第二十八題 二支

兩直線有他直線交加其上若外角與同方相對之内角等或同方兩内角與兩直角等即兩直線必平行

先解曰甲乙丙丁兩直線加他直線戊巳交于庚于辛其戊庚甲外角與同方相對之庚辛丙内角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰乙庚辛角與相對之内角丙辛庚等本篇廿七戊庚甲與乙庚辛兩交角亦等本篇十五即兩直線必

平行

後解曰甲庚辛丙辛庚兩內角與兩直角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰甲庚辛丙辛庚兩角與兩直角等而甲庚戊甲庚辛兩角亦與兩直角等本篇十三試減同用之甲庚辛即所存甲庚戊與丙辛庚等矣既外角與同方相對之內角等即甲乙丙丁必平行本題

第二十九題三支

兩平行線有他直線交加其上則内相對兩角必等外角與同方相對之内角亦等同方兩内角亦與兩直角等

戊 甲 庚 乙 丙 辛 丁 己

先解曰此反前二題故同前圖有甲乙丙丁二平行線加他直線戊己交于庚于辛題言甲庚辛與丁辛庚内相對兩角必等

論曰如云不然而甲庚辛大于丁辛庚則丁辛庚加辛庚乙宜小于辛庚甲加辛庚乙矣 公論四 夫辛庚甲辛庚乙元與兩直角等 本篇十三 據如彼論則丁辛庚辛

庚乙丙角小于丙直角而甲乙丙丁兩直線向乙丁行必相遇也公論十一可謂平行線乎

次解曰戊庚甲外角與同方相對之庚辛丙內角等論曰乙庚辛與相對之丙辛庚兩內角等本題則乙庚辛交角相等之戊庚甲本篇十五與丙辛庚必等公論一

後解曰甲庚辛丙辛庚兩內角與兩直角等論曰戊庚甲與庚辛丙兩角既等本題而每加一甲庚辛角則庚辛丙甲庚辛兩角與甲庚辛戊庚甲兩角

必等二公論　夫甲庚辛戊庚甲本與兩直角等本篇十三則

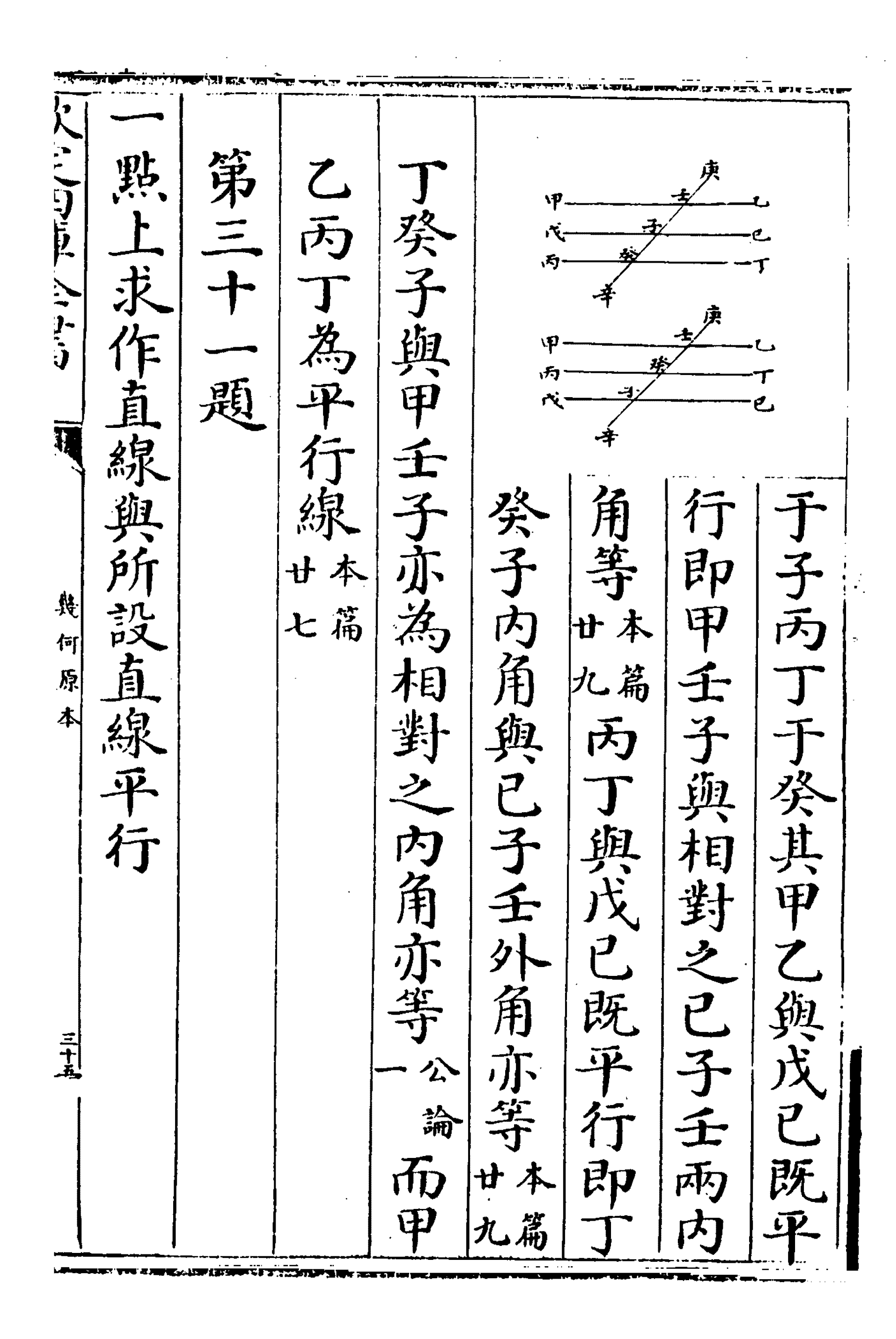
甲庚辛丙辛庚兩内角亦與兩直角等

第三十題

兩直線與他直線平行則元兩線亦平行

解曰此題所指線在同面者不同面線後别有論如甲乙丙丁兩直線各與他線戊己平行題言甲乙與丙丁亦平行

論曰試作庚辛直線交加于三直線甲乙于壬戊己



于子丙丁于癸其甲乙與戊己既平行即甲壬子與相對之己子壬兩內角等本篇廿九丙丁與戊己既平行即丁癸子內角與己子壬外角亦等本篇廿九丁癸子與甲壬子亦為相對之內角亦等公論一而甲乙丙丁為平行線本篇廿七

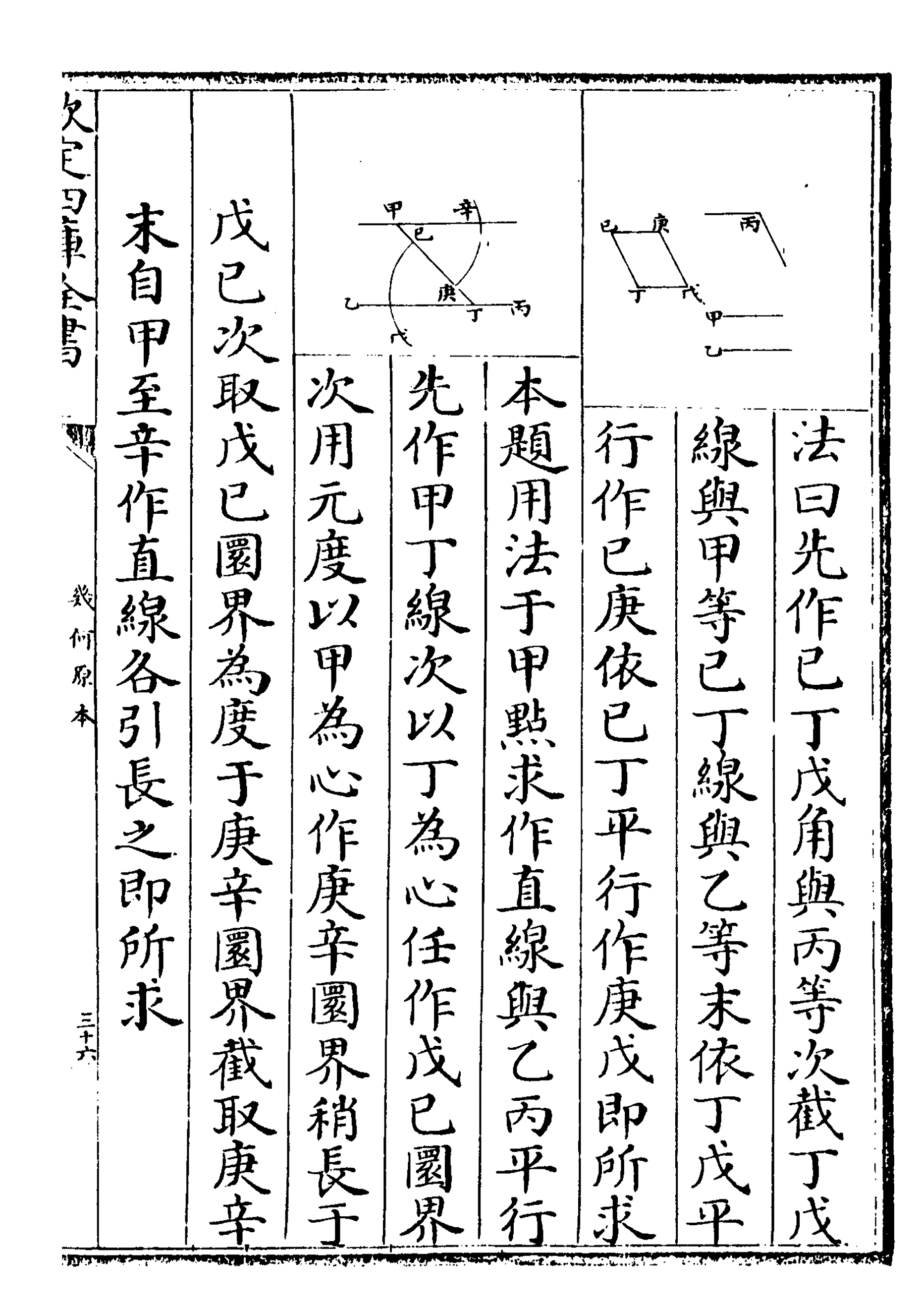
第三十一題

一點上求作直線與所設直線平行

法曰甲點上求作直線與乙丙平行先從甲點向乙丙線任指一處作直線為甲丁即乙丙線上戊甲丁乙角次于甲點上作一角與甲丁乙等本篇廿三為戊甲丁從戊甲線引之至己即己戊與乙丙平行

論曰戊己乙丙兩線有甲丁線聯之其所作戊甲丁與甲丁乙相對之兩內角等即平行線本篇廿七

增從此題生一用法設一角兩線求作有法四邊形有角與所設角等兩兩邊線與所設線等



法曰先作己丁戊角與丙等次截丁戊線與甲等己丁線與乙等末依丁戊平行作己庚依己丁平行作庚戊即所求

本題用法于甲點求作直線與乙丙平行

先作甲丁線次以丁為心任作戊己圜界

次用元度以甲為心作庚辛圜界稍長于戊己次取戊己圜界為度于庚辛圜界截取庚辛

末自甲至辛作直線各引長之即所求

甲 巳 乙 丁 戊 丙

又用法以甲點為心于乙丙線近乙處任指一點作短界線為丁次用元度以丁為心于乙丙上向丙截取一分作短界線為戊次用元度以戊為心向上與甲平處作短界線又用元度以甲為心向甲平處作短界線後兩界線交處為巳自甲至巳作直線各引長之即所求

第三十二題 二支

凡三角形之外角與相對之內兩角并等凡三角形之

內三角并與兩直角等

先解曰甲乙丙角形試從乙丙邊引至丁題言甲丙丁外角與相對之內兩角甲乙并等

論曰試作戊丙線與甲乙平行〈本篇三一〉令甲丙為甲乙戊丙之交加線則乙甲丙角與相對之甲丙戊角等〈本篇廿九〉又乙丁線與兩平行線相遇則戊丙丁外角與相對之甲乙丙內角等〈本篇廿九〉既甲丙戊與乙甲丙等而戊丙丁與甲乙丙又等則甲丙丁

外角與內兩角甲乙并等矣

後解曰甲乙丙三角并與兩直角等

論曰旣甲丙丁角與甲乙兩角并等更于甲丙丁加甲丙乙則甲丙丁甲丙乙兩角并與甲乙丙內三角并等矣（公論二）夫甲丙丁甲丙乙并元與兩直角等（本篇十三）則甲乙丙內三角并亦與兩直角等

增從此推知凡第一形當兩直角第二形當四直角第三形當六直角自此以上至于無窮每命形

一　二　三　四

之數倍之為所當直角之數凡一線二線不能為形故三邊為第一形四邊為第二形五邊為第三形六邊為第四形倣此以至無窮又視每形邊數減二邊即所存邊數是本形之數

論曰如上四圖第一形三邊減二邊存一邊即是本形一數倍之當兩直角本題第二形四邊減二邊存二邊即是本形二數倍之當四直角欲顯此理試以第二形作一對角線成兩三角形每形當兩直角并之則當四直角矣第三形

五邊減二邊存三邊即是本形三數倍之當六直角欲顯此理試以第三形作兩對角線成三三角形每形當兩直角并之亦當六直角矣其餘依此推顯以至無窮

又一法每形視其邊數每邊當兩直角而減四直角其存者即本形所當直角

論曰欲顯此理試于形中任作一點從此點向各角俱作直線令每每形所分角形之數如其邊數每

一分形三角當二直角本題其近點之處不論幾角皆當四直角本篇十五之系次減近點諸角即是減四直角其存者則本形所當直角如上

第四形六邊中間任指一點從點向各角分為六三角形每一分形三角六形共十八角今于近點處減當四直角之六角所存近邊十二角當八直角餘倣此

一系凡諸種角形之三角并俱相等本題增

二系凡兩腰等角形若腰間直角則餘兩角每當直角之半腰間鈍角則餘兩角俱小于半直角腰間鋭角則餘兩角俱大于半直角

三系平邊角形每角當直角三分之二

四系平邊角形若從一角向對邊作垂線分為兩角形此分形各有一直角在垂線之下兩旁則垂線之上兩旁角每當直角三分之一其餘兩角每當直角三分之二

增從三系可分一直角為三平分其法任于一邊立平邊角形次分對直角一邊為兩平分從此邊對角作垂線即所求如上圖甲乙丙直角求三分之先于甲乙線上作甲乙丁平邊角形本篇一次平分甲丁于戊本篇九末作乙戊直線

第三十三題

兩平行相等線之界有兩線聯之其兩線亦平行亦相等

解曰甲乙丙丁兩平行相等線有甲丙乙丁兩線聯之題言甲丙乙丁亦平行相等線

論曰試作甲丁對角線為甲乙丙丁之交加線即乙甲丁丙丁甲相對兩内角等（本篇廿九）又甲丁線上下兩角形之甲乙丙丁兩邊既等甲丁同邊則對乙甲丁角之乙丁線與對丙丁甲角之甲丙線亦等（本篇廿九）而乙丁甲與丙甲丁兩角亦等也（本篇四）此兩角者甲丙乙丁之内相對角也兩角既等則甲丙乙丁

兩線必平行本篇廿七

第三十四題

凡平行線方形每相對兩邊線各等每相對兩角各等對角線分本形兩平分

甲　乙
丙　丁

解曰甲乙丁丙平行方形界說三五題言甲乙與丙丁兩線甲丙與乙丁兩線各等又言乙與丙兩角乙甲丙與丙丁乙兩角各等又言若作甲丁對角線即分本形為兩平分

論曰甲乙與丙丁既平行則乙甲丁與丙丁甲相對之兩內角等（本篇廿九）甲丙與乙丁既平行則乙丁甲與丙甲丁相對之兩內角等（本篇廿九）甲乙丁角形之乙甲丁乙丁甲兩角與甲丁丙角形之丙丁甲丙甲丁兩角既各等甲丁同邊則甲乙與丙丁甲丙與乙丁俱等也而丙角與相對之乙角亦等矣（本篇廿六）又乙丁甲角加丙丁甲角與丙甲丁角加乙甲丁角既等即乙甲丙與丙丁乙相對兩角亦等也（公論二）又甲乙丁甲

丁丙兩角形之甲乙乙丁兩邊與丁丙丙甲兩邊各等腰間之乙角與丙角亦等則兩角形必等本篇四而甲丁線分本形為兩平分

第三十五題

兩平行方形若同在平行線內又同底則兩形必等

甲己戊乙
丙丁

解曰甲乙丙丁兩平行線內有丙丁戊甲與丙丁乙己兩平行方形同丙丁底題言此兩形等等者不謂腰等角等謂所函之地等後

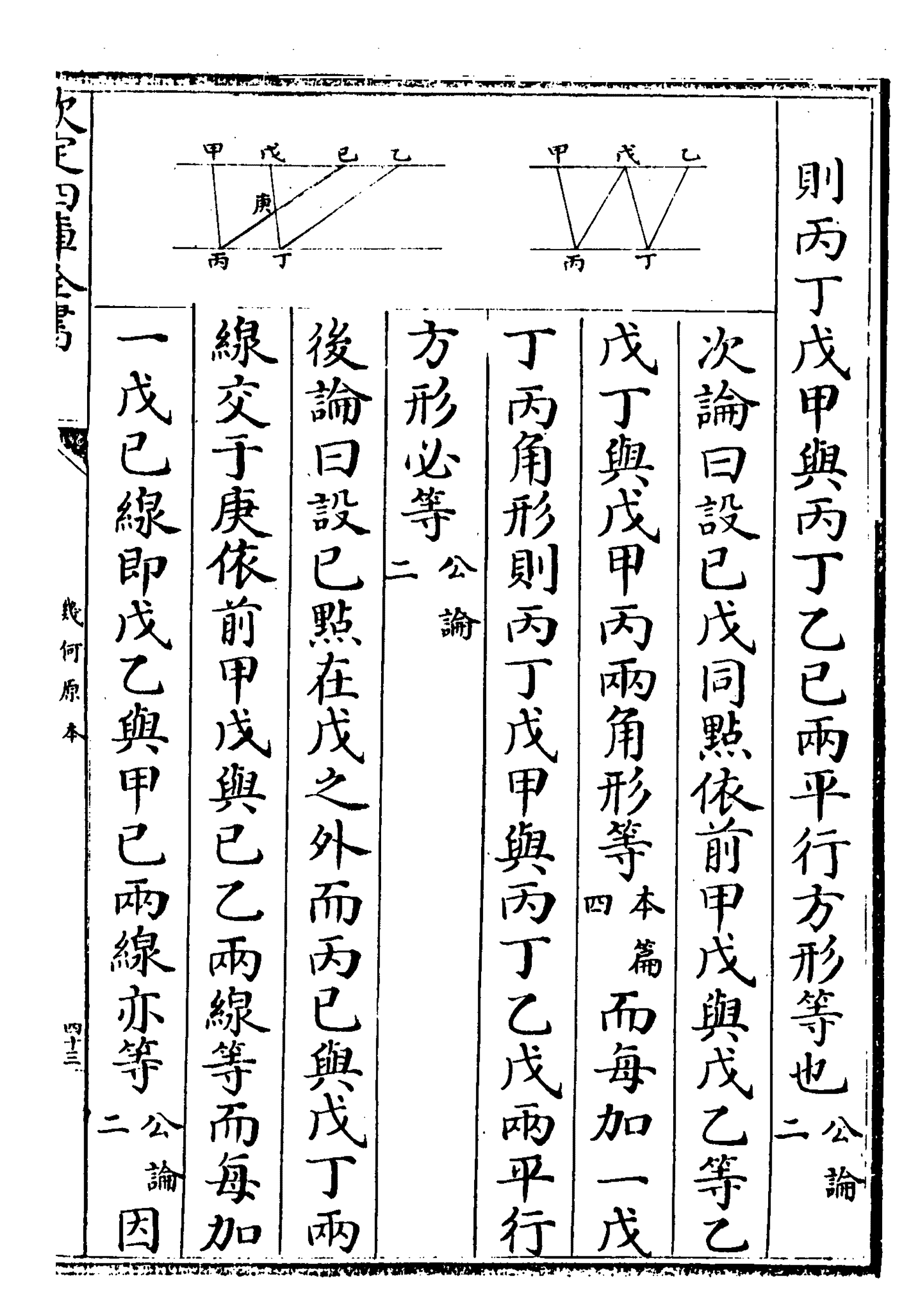
言形等者多倣此

先論曰設已在甲戊之内其丙丁戊甲與丙丁乙已皆平行方形丙丁同底則甲戊與丙丁已乙與丙丁各相對之兩邊各等（本篇三四）而甲戊與已乙亦等（公論一）試于甲戊已乙兩線各減已戊即甲已與戊乙亦等（公論三）而甲丙與戊丁元等（本篇三四）乙戊丁外角與已甲丙内角又等（本篇廿九）則乙戊丁與已甲丙兩角形必等矣（本篇四）次于兩角形每加一丙丁戊已無法四邊形

則丙丁戊甲與丙丁乙己兩平行方形等也公論二

次論曰設己戊同點依前甲戊與戊乙等乙戊丁與戊甲丙兩角形等本篇四而每加一戊丁丙角形則丙丁戊甲與丙丁乙戊兩平行方形必等公論二

後論曰設己點在戊之外而丙己與戊丁兩線交于庚依前甲戊與己乙兩線等而每加一戊己線即戊乙與甲己兩線亦等公論二因



顯已甲丙與乙戊丁兩角形亦等（本篇四）次每減一已戊庚角形則所存戊庚丙甲與乙已庚丁兩無法四邊形亦等（公論三）次于兩無法形每加一庚丁丙角形則丙丁戊甲與丙丁乙已兩平行方形必等（公論二）

第三十六題

兩平行線內有兩平行方形若底等則形亦等

解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙戊已與庚辛丁

乙兩平行方形而丙戊與辛丁兩底等題言兩形亦等

論曰試自丙至庚戊至乙各作直線相聯其丙戊庚乙各與辛丁等則丙戊與庚乙亦等本篇卅四庚乙與丙戊既平行線則庚丙與乙戊亦平行線本篇卅三而甲丙戊己與庚丙戊乙兩平行方形同丙戊底者等矣本篇三五庚辛丁乙與庚丙戊乙兩平行方形同庚乙底者亦等矣本篇三五既爾則庚辛丁乙與甲丙戊己

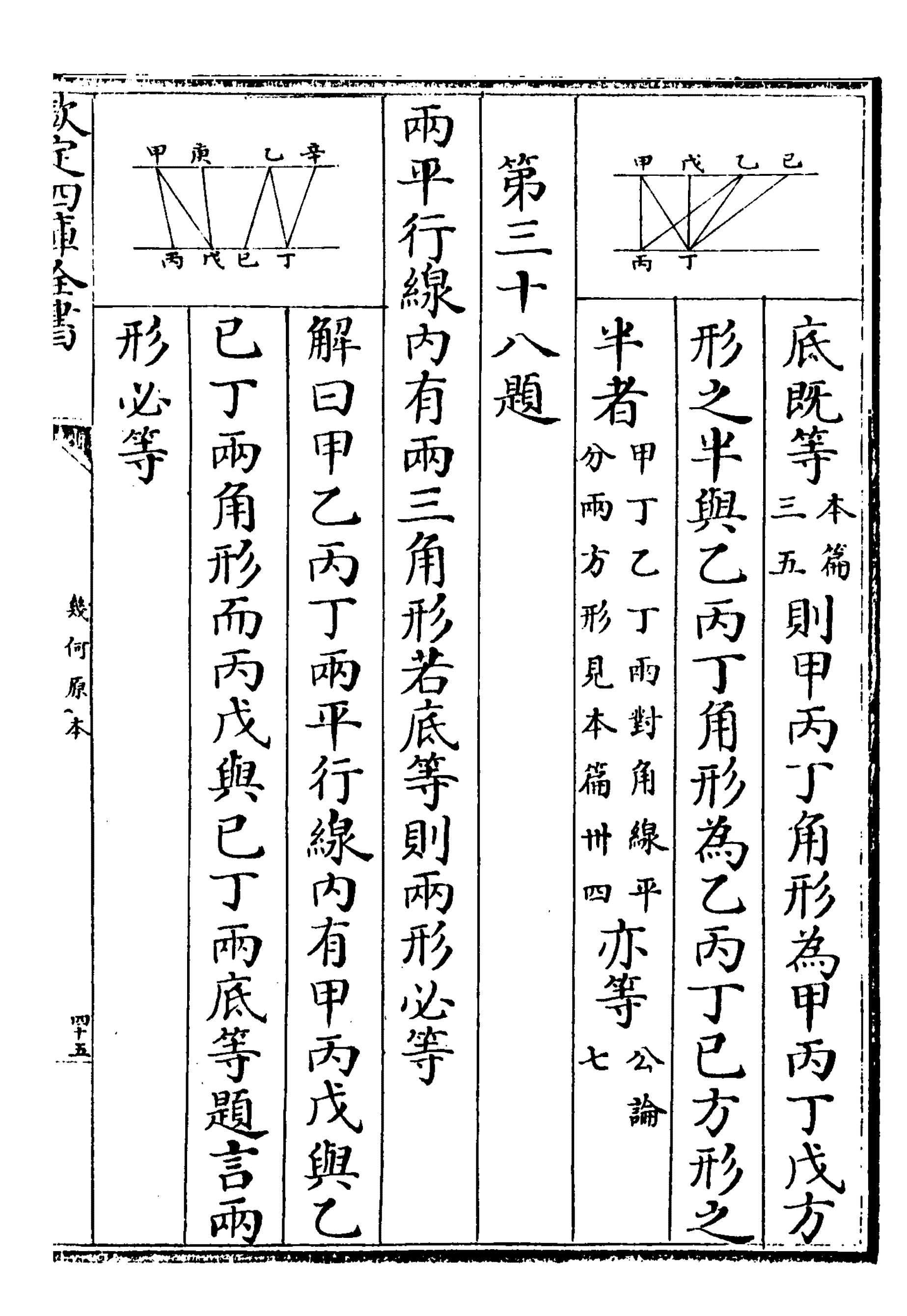
亦等（公論一）

第三十七題

兩平行線內有兩三角形若同底則兩形必等

解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙丁乙丙丁兩角形同丙丁底題言兩形必等

論曰試自丁至戊作直線與甲丙平行次自丁至巳作直線與乙丙平行（本篇三一）夫甲丙丁戊乙丙丁巳兩平行方形在甲乙丙丁兩平行線內同丙丁



底既等（本篇三五）則甲丙丁角形為甲丙丁戊方形之半與乙丙丁角形為乙丙丁己方形之半者（甲丁乙丁兩對角線平分兩方形見本篇卅四）亦等（公論七）

第三十八題

兩平行線內有兩三角形若底等則兩形必等

解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙戊與乙己丁兩角形而丙戊與己丁兩底等題言兩形必等

論曰試自庚至戊辛至丁各作直線與甲丙乙己平行（本篇卅一）其甲丙戊庚與乙己丁辛兩平行方形既等（本篇卅六）則甲丙戊與乙己丁兩角形為兩方形之半者（本篇卅四）亦等（公論七）

增凡角形任于一邊兩平分之向對角作直線即分本形為兩平分

論曰甲乙丙角形試以乙丙邊兩平分于丁（本篇十）自丁至甲作直線即甲丁線分本形為兩平分何

者試于甲角上作直線與乙丙平行本篇卅一則甲乙丁甲丁丙兩角形在兩平行線內兩底等兩形亦等本題

二增題凡角形任于一邊任作一點求從點分本形為兩平分

法曰甲乙丙角形從丁點求兩平分先自丁至相對甲角作甲丁直線次平分乙丙線于戊本篇十作戊己線與甲丁平行本篇卅一末作己丁直線

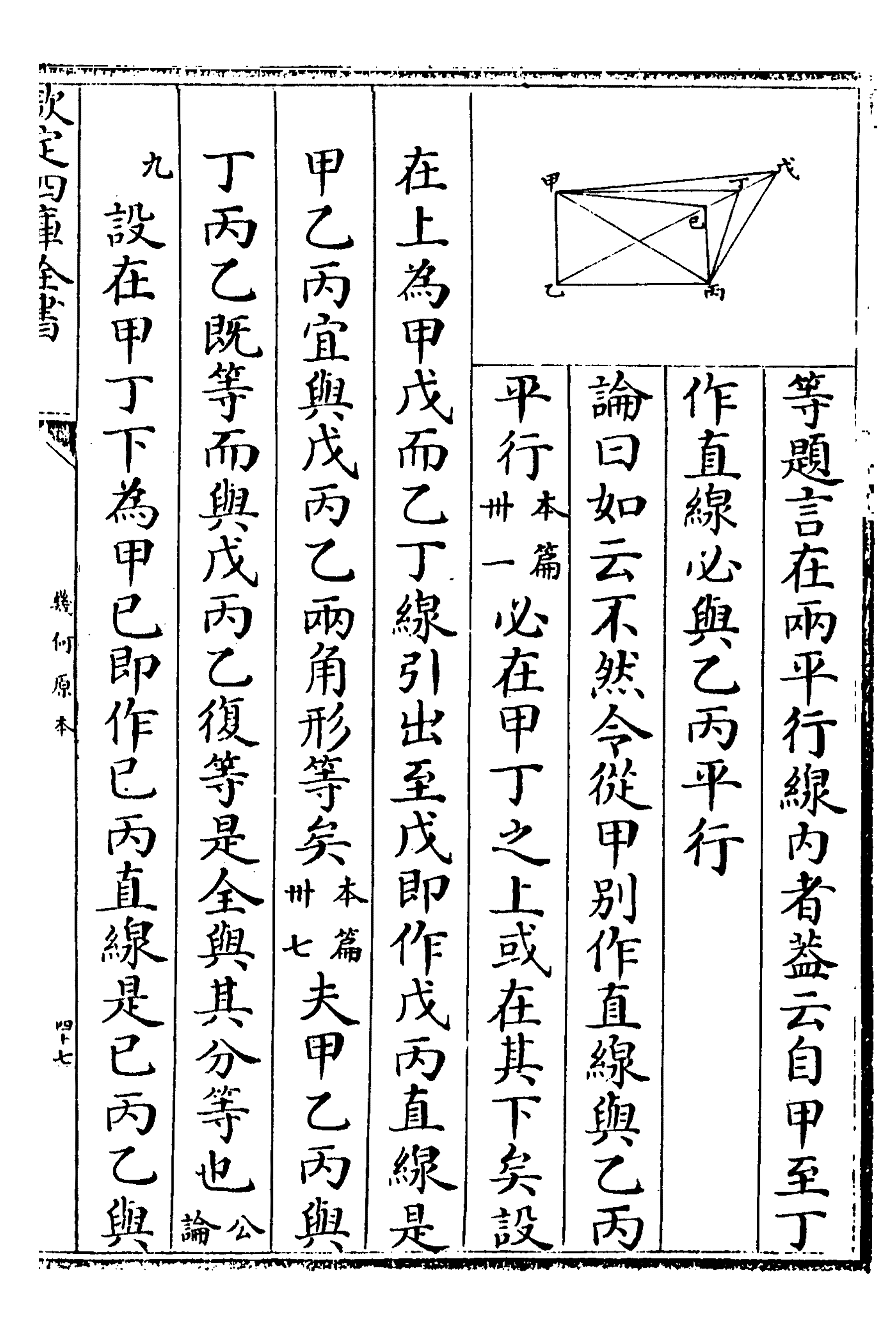
即分本形為兩平分

論曰試作甲戊直線即甲戊已已丁戊兩角形在兩平行線內同已戊底者等而每加一已戊丙形則已丁丙與甲戊丙兩角形亦等公論二夫甲戊丙為甲乙丙之半本題增則已丁丙亦甲乙丙之半

第三十九題

兩三角形其底同其形等必在兩平行線內

解曰甲乙丙與丁丙乙兩角形之乙丙底同其形復



等題言在兩平行線内者葢云自甲至丁作直線必與乙丙平行

論曰如云不然令從甲別作直線與乙丙平行（本篇卅一）必在甲丁之上或在其下矣設在上為甲戊而乙丁線引出至戊即作戊丙直線是甲乙丙宜與戊丙乙兩角形等矣（本篇卅七）夫甲乙丙與丁丙乙既等而與戊丙乙復等是全與其分等也（公論九）設在甲丁下為甲巳即作巳丙直線是巳丙乙與

丁丙乙亦等如前駁之

第四十題

兩三角形其底等其形等必在兩平行線内

解曰甲乙丙與丁戊己兩角形之乙丙與戊己兩底等其形亦等題言在兩平行線内者葢云自甲至丁作直線必與乙己平行

論曰如云不然令從甲別作直線與乙己平行本篇卅一

必在甲丁之上或在其下矣設在上為甲庚而戊丁線引出至庚即作庚已直線是甲乙丙宜與庚戊已兩角形等矣本篇三八夫甲乙丙與丁戊已既等而與庚戊已復等是全與其分等也公論九設在甲丁下為甲辛即作辛已直線是辛戊已與丁戊已亦等如前駁之

第四十一題

兩平行線內有一平行方形一三角形同底則方形倍大于三角形

解曰甲乙丙丁兩平行線内有甲丙丁戊方形乙丁丙角形同丙丁底題言方形倍大于角形

論曰試作甲丁直線分方形為兩平分則甲丙丁與乙丁丙兩角形等矣本篇卅七夫甲丙丁戊倍大于甲丙丁本篇卅三必倍大于乙丁丙

第四十二題

有三角形求作平行方形與之等而方形角有與所設

角等

法曰設甲乙丙角形丁角求作平行方形與甲乙丙角形等而有丁角先分一邊為兩平分如乙丙邊平分于戊（本篇十）次作丙戊己角與丁角等（本篇廿三）次自甲作直線與乙丙平行（本篇卅一）而與戊己線遇于己末自丙作直線與戊己平行為丙庚（本篇卅一）而與甲己線遇于庚則得己戊丙庚平行方形與甲乙丙角形等

論曰試自甲至戊作直線其甲戊丙角形與己戊丙庚平行方形在兩平行線内同底則己戊丙庚倍大于甲戊丙矣本篇四一夫甲乙丙亦倍大于甲戊丙本篇卅八增即與己戊丙庚等公論六

第四十三題

凡方形對角線旁兩餘方形自相等

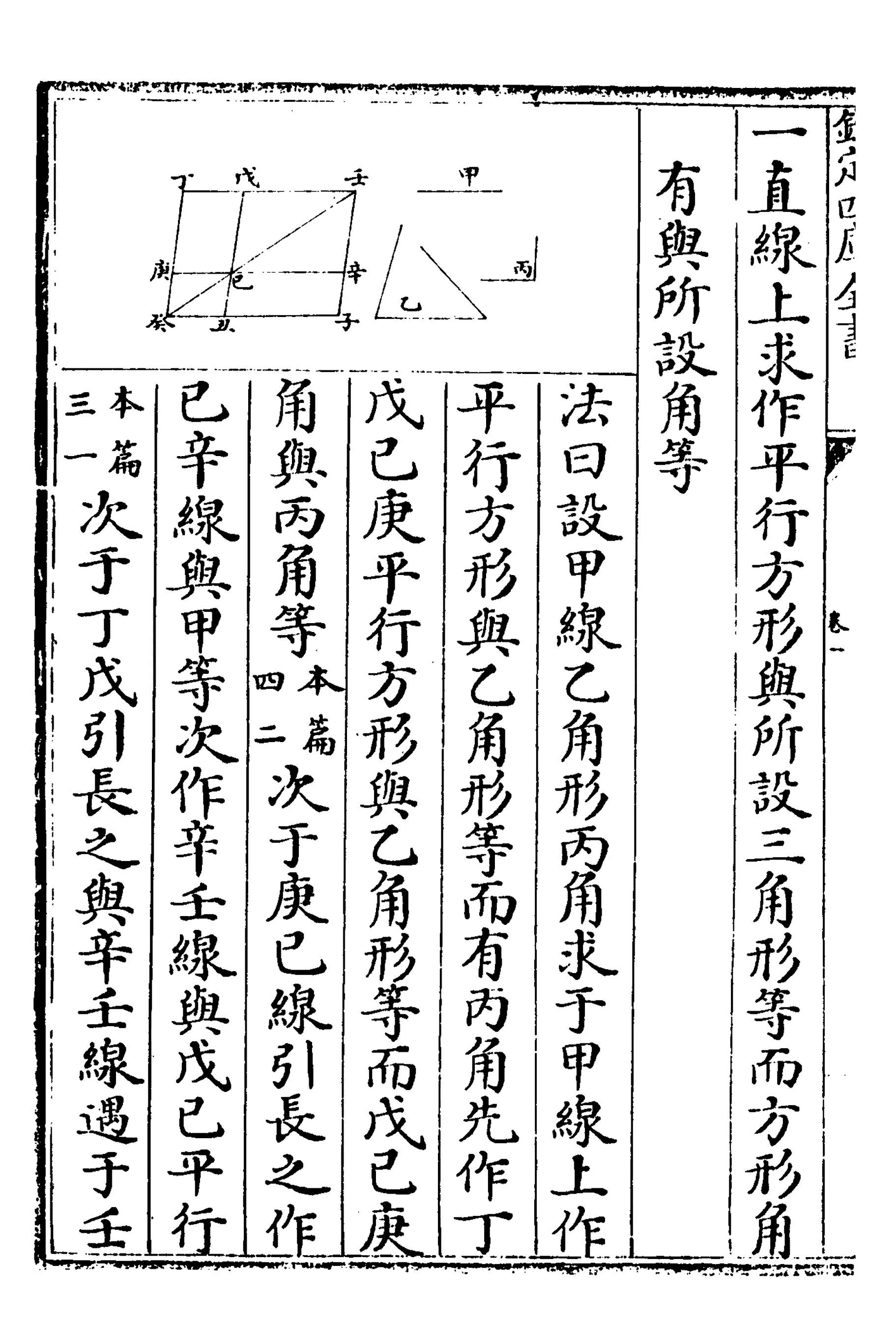
解曰甲乙丙丁方形有甲丙對角線題言兩旁之乙壬庚戊與庚己丁辛兩餘方形界說卅六必等

論曰甲乙丙甲丙丁兩角形等（本篇卅四）甲戊庚甲庚辛兩角形亦等（本篇卅四）而于甲乙丙減甲戊庚于甲丙丁減甲庚辛則所存乙丙庚戊與庚丙丁辛兩無法四邊形亦等矣（公論三）又庚壬丙己角線方形之庚丙己庚丙壬兩角形等（本篇三四）而于兩無法四邊形每減其一則

所存乙壬庚戊與庚己丁辛兩餘方形安得不等（公論三）

第四十四題

一直線上求作平行方形與所設三角形等而方形角有與所設角等



法曰設甲線乙角形丙角求于甲線上作平行方形與乙角形等而有丙角先作丁戊己庚平行方形與乙角形等而戊己庚角與丙角等（本篇四二）次于庚己線引長之作己辛線與甲等次作辛壬線與戊己平行（本篇三一）次于丁戊引長之與辛壬線遇于壬

次自壬至己作對角線引出之又自丁庚引長之與對線角遇于癸次自癸作直線與庚辛平行又于壬辛引長之與癸線遇于子末于戊己引長之至癸子線得丑即己丑子辛平行方形如所求

論曰此方形之己辛線與甲等而辛己丑角為戊己庚之交角（本篇十五）則與丙等又本形與戊己庚丁同為餘方形等（本篇四三）則與乙角形等

第四十五題

有多邊直線形求作一平行方形與之等而方形角有與所設角等

法曰設甲乙丙五邊形丁角求作平行方形與五邊形等而有丁角先分五邊形為甲乙丙三三角形次作戊己庚辛平行方形與甲等而有丁角（本篇四二）次于戊辛己庚兩平行線引長之作庚辛壬癸平行方形與乙等而有丁角（本篇四四）末復引前線作壬癸子丑平

行方形與丙等而有丁角本篇四四即此三形并為一平行方形與甲乙丙并形等而有丁角自五以上可至無窮俱倣此法

論曰戊已庚與辛庚癸兩角等而每加一已庚辛角即辛庚癸已庚辛兩角定與已庚辛戊已庚兩角等夫已庚辛戊已庚是兩平行線內角與兩直角等也本篇廿九則已庚辛辛庚癸亦與兩直角等而已庚庚癸為一直線也本篇十四又戊辛庚與戊已庚兩對角等所

辛壬癸與辛庚癸兩對角亦等則戊己庚辛庚辛壬癸皆平行方形也（本篇卅四）壬癸子丑依此推顯（本篇三十）即與戊己癸壬并為一平行方形矣

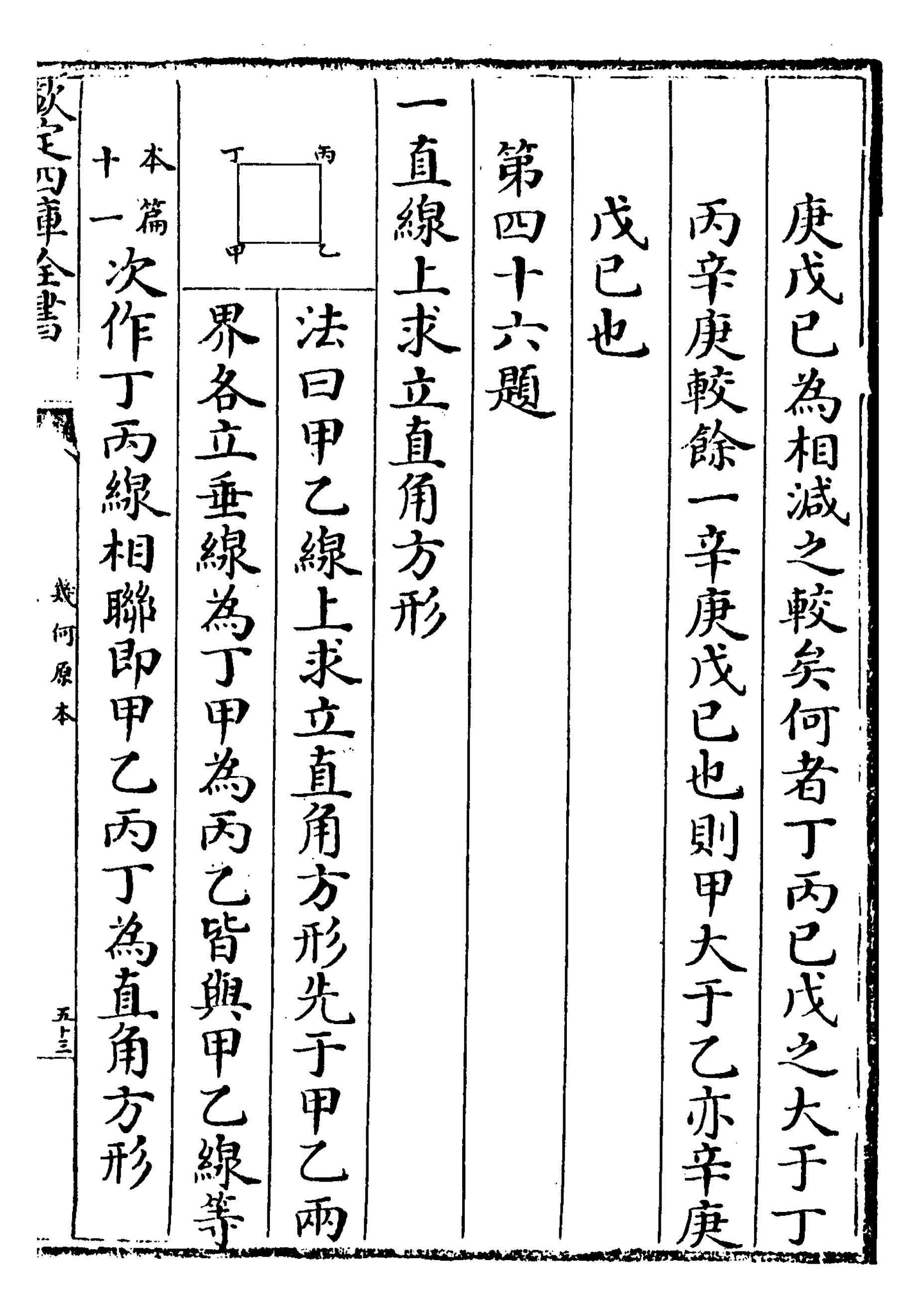
增題兩直線形不等求相減之較幾何

法曰甲與乙兩直線形甲大于乙以乙減甲求較幾何先任作丁丙己戊平行方形與甲等次于丙丁線上依丁角作丁丙辛庚平行方形與乙等（本題）即得辛

庚戊己為相減之較矣何者丁丙己戊之大于丁丙辛庚較餘一辛庚戊己也則甲大于乙亦辛庚戊己也

第四十六題

一直線上求立直角方形



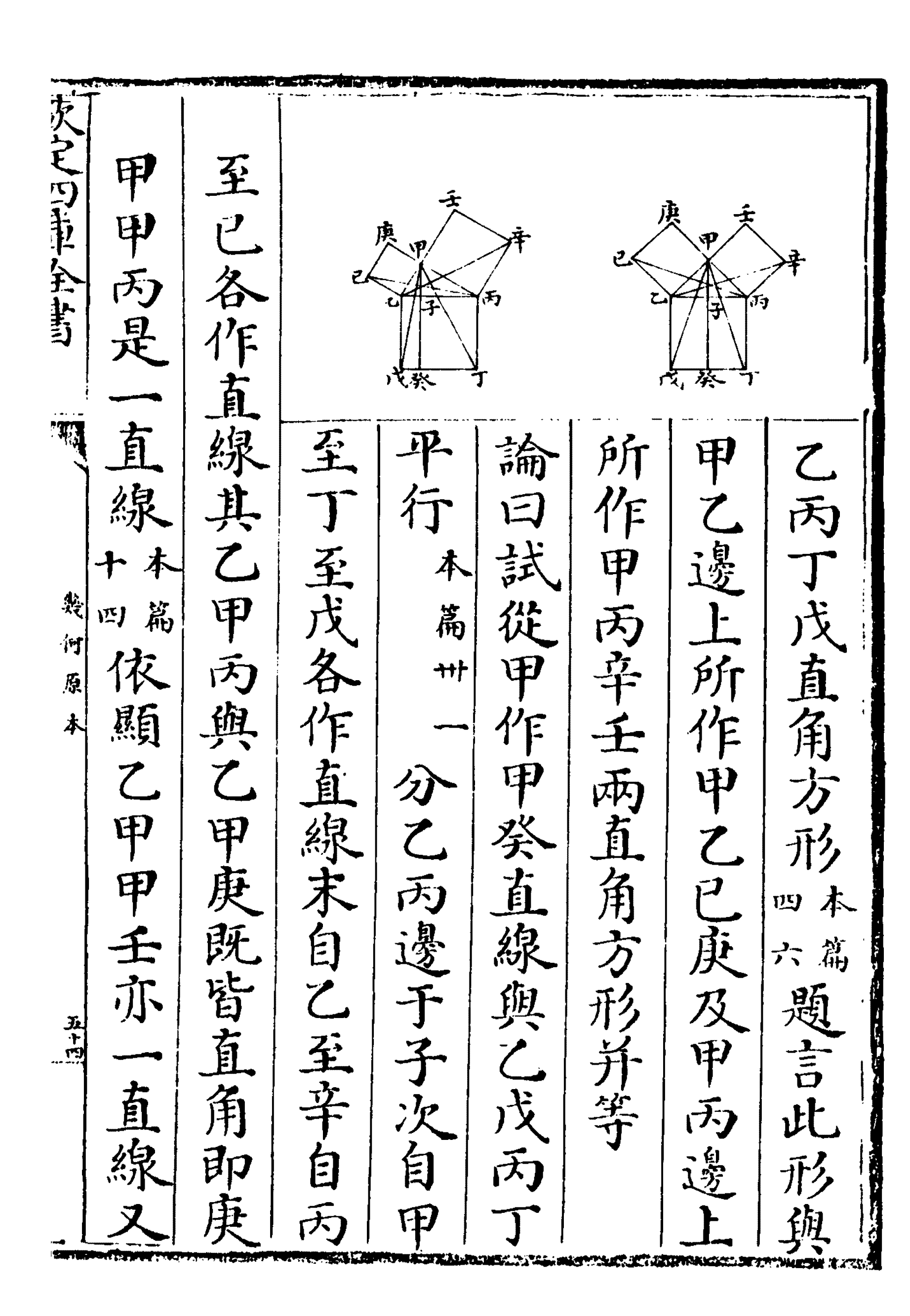
法曰甲乙線上求立直角方形先于甲乙兩界各立垂線為丁甲為丙乙皆與甲乙線等次作丁丙線相聯即甲乙丙丁為直角方形本篇十一

論曰甲乙兩角俱直角則丁甲丙乙為平行線（本篇廿八）此兩線自相等則丁丙與甲乙亦平行線（本篇三三）而甲乙丙丁四線俱平行俱相等又甲乙俱直角則相對丁丙亦俱直角（本篇卅四）而甲乙丙丁定為四直角方形

第四十七題

凡三邊直角形對直角邊上所作直角方形與餘兩邊上所作兩直角方形并等

解曰甲乙丙角形于對乙甲丙直角之乙丙邊上作



乙丙丁戊直角方形（本篇四六）題言此形與甲乙邊上所作甲乙己庚及甲丙邊上所作甲丙辛壬兩直角方形并等

論曰試從甲作甲癸直線與乙戊丙丁平行（本篇卅一）分乙丙邊于子次自甲至丁至戊各作直線末自乙至辛自丙至己各作直線其乙甲丙與乙甲庚既皆直角即庚甲甲丙是一直線（本篇十四）依顯乙甲甲壬亦一直線又

丙乙戊與甲乙已既皆直角而每加一甲乙丙角即甲乙戊與丙乙已兩角亦等（公論二）依顯甲丙丁與乙丙辛兩角亦等又甲乙戊角形之甲乙戊兩邊與丙乙已角形之已乙乙丙兩邊等甲乙戊與丙乙已兩角復等則對等角之甲戊與丙已兩邊亦等而此兩角形亦等矣（本篇四）夫甲乙已庚直角方形倍大于同乙已底同在平行線内之丙乙已角形（本篇四一）而乙戊癸子直角形亦倍大于同乙戊底同在平行線内

之甲乙戊角形則甲乙巳庚不與乙戊癸子等乎公論

六 依顯甲丙辛壬直角方形與丙丁癸子直角形等

則乙戊丁丙一形與甲乙巳庚甲丙辛壬兩形并等

矣

甲　　乙

丁　　丙

一增凡直角方形之對角線上作直角方

形倍大于元形如甲乙丙丁直角方形之

甲丙線上作直角方形倍大于甲乙丙丁形

二增題設不等兩直角方形如一以甲為邊一以

乙為邊求別作兩直角方形自相等而并之又與元設兩形并等

法曰先作丙戊線與甲等次作戊丙丁直角而丙丁線與乙等次作戊丁線相聯末于丙丁戊角丙戊丁角各作一角皆半于直角已戊已丁兩腰遇于已（本篇六公論十一）而等即已戊已丁兩線上所作兩直角方形自相等而并之又與丙戊丙丁上所作兩直角方形并等

論曰已丁戊己戊丁兩角既皆半于直角則丁己戊為直角本篇卅二而對直角之丁戊線上所作直角方形與兩腰線上所作兩直角方形并等矣本題已戊與己丁既等則其上所作兩直角方形自相等矣又丁戊線上所作直角方形與丙丁丙戊線上所作兩直角方形并既等則已戊己丁上兩直角方形并與丙戊丙丁上兩直角方形并亦等

三增題多直角方形求并作一直角方形與之等

法曰如五直角方形以甲乙丙丁戊為邊任等不等求作一直角方形與五形并等先作己庚辛直角而己庚線與甲等庚辛線與乙等次作己辛線旋作己辛壬直角而辛壬與丙等次作己壬線旋作己壬癸直角而壬癸與丁等次作己癸線旋作己癸子直角而癸子與戊等末作己子線題言己子線上所作直角方形即所求

論曰已辛上作直角方形與甲乙兩形并等本題已壬上作直角方形與已辛及丙兩形并等餘倣此推顯可至無窮

四增三邊直角形以兩邊求第三邊長短之數

甲
六
八
乙
十
丙

法曰甲乙丙角形甲為直角先得甲乙甲丙兩邊長短之數如甲乙六甲丙八求乙丙邊長短之數其甲乙甲丙上所作兩直角方形并既與

乙丙上所作直角方形等本題則甲乙之冪自乘之數曰冪得三十六甲丙之冪得六十四并之得百而乙丙之冪亦百百開方得十即乙丙數十也又設先得甲乙乙丙如甲乙六乙丙十而求甲丙之數其甲乙甲丙上兩直角方形并既與乙丙上直角方形等則甲乙之冪得三十六乙丙之冪得百百減三十六得甲丙之冪六十四六十四開方得八即甲丙八也求甲乙倣此 此

以開方盡實者為例其不盡實者自具筭家分法

第四十八題

凡三角形之一邊上所作直角方形與餘邊所作兩直角方形并等則對一邊之角必直角

解曰此反前題如甲乙丙角形其甲丙邊上所作直角方形與甲乙乙丙邊上所作兩直角方形并等題言甲乙丙角必直角

論曰試于乙上作甲乙丁直角而乙丁與乙丙兩線

等次作丁甲線相聯其甲乙丁既直角則甲丁上直角方形與甲乙乙丁上兩直角方形并等（本篇四七）而甲乙乙丁上兩直角方形并與甲乙乙丙上兩直角方形并又等（甲乙同乙丁乙丙等故）即丁甲上直角方形與甲丙上直角方形必等夫甲乙丁角形之甲乙乙丁兩腰與甲乙丙角形之甲乙乙丙兩腰既等而丁甲甲丙兩底又等則對底線之兩角亦等（本篇八）甲乙丁既直角即甲乙丙亦直角

幾何原本卷一

欽定四庫全書

子部

幾何原本卷三之首至二

詳校官欽天監監正臣喜常

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣周珙

繪圖監生臣周履信